

Власюк А. П., д.т.н., професор (Міжнародний економіко-гуманітарний університет імені академіка Степана Дем'янука, м. Рівне),

Жуковська Н. А. (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ТЕПЛО-МАСОПЕРЕНОСЕННЯ НА НЕСТАЦІОНАРНІ ДЕФОРМАЦІЙНІ ПРОЦЕСИ ҐРУНТОВОГО МАСИВУ В ОДНОВИМІРНОМУ ВИПАДКУ

Проведено математичне моделювання впливу тепло-масоперенесення на напружено-деформований стан (НДС) ґрунтового масиву в нестационарному випадку (рис. 1).

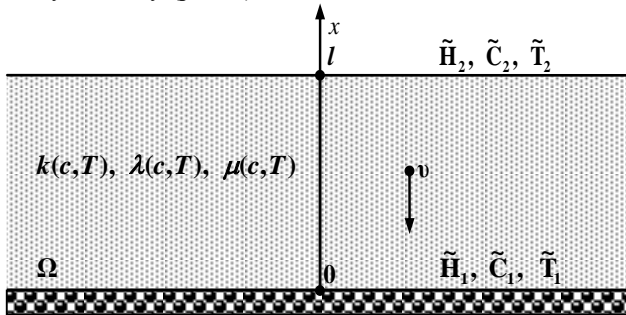


Рис. 1. Ґрунтовий масив в умовах тепло-масоперенесення

Ґрунтовий масив товщиною l вважається повністю водонасиченим. Нехай на нижній поверхні ґрунту на межі $x = 0$ задано п'єзометричний напір \tilde{H}_1 , концентрація розчинених у воді солей \tilde{C}_1 та температура \tilde{T}_1 , а значення п'єзометричного напору \tilde{H}_2 , концентрації солей \tilde{C}_2 та температури \tilde{T}_2 – на поверхні ґрунту ($x = l$), причому $\tilde{H}_2 > \tilde{H}_1$, $\tilde{C}_2 > \tilde{C}_1$, $\tilde{T}_2 > \tilde{T}_1$. В результаті різниці напорів відбувається перенесення розчинених у воді речовин та тепла фільтраційним потоком. При цьому процес фільтрації розчинених у воді речовин та тепла підлягають відповідно законам Дарсі, Фіка та Фур'є.

В загальноприйнятих позначеннях математичну модель поставленої задачі в одновимірному випадку можна описати наступною крайовою задачею [1–4]:

$$\begin{aligned} & (\lambda(c, T) + 2\mu(c, T)) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial(\lambda(c, T) + 2\mu(c, T))}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} - \\ & - (\lambda(c, T) + 2\mu(c, T)) \alpha_T \frac{\partial T}{\partial x} + X = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad x \in (0, l), \quad t > 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$X = \gamma_{зв.} + \frac{dp}{dx}, \quad p = \gamma_p \cdot (h - x), \quad x \in (0, l), \quad (2)$$

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \sigma = (\lambda(c, T) + \mu(c, T)) (\varepsilon - \alpha_T \bar{T}), \quad x \in (0, l), \quad t > 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D(c, T) \frac{\partial c}{\partial x} \right) - \nu(c, T) \frac{\partial c}{\partial x} - \gamma(c - C_m) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_T(c, T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) = n_p \frac{\partial c}{\partial t}, \quad x \in (0, l), \quad t > 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \rho c_\rho \nu(c, T) \frac{\partial T}{\partial x} = c_T \frac{\partial T}{\partial t}, \quad x \in (0, l), \quad t > 0, \quad (5)$$

$$\nu = -k(c, T) \frac{dh}{dx} + \nu_c(c) \frac{\partial c}{\partial x} + \nu_T \frac{\partial T}{\partial x}, \quad \text{div} \bar{\nu} + \frac{\partial n_p}{\partial t} = 0, \quad x \in (0, l), \quad t > 0, \quad (6)$$

$$l_1 u(0, t) = 0, \quad l_2 u(l, t) = 0, \quad t > 0, \quad (7)$$

$$l_3 c(0, t) = \tilde{C}_1(t), \quad l_4 c(l, t) = \tilde{C}_2(t), \quad t > 0, \quad (8)$$

$$l_5 T(0, t) = \tilde{T}_1(t), \quad l_6 T(l, t) = \tilde{T}_2(t), \quad t > 0, \quad (9)$$

$$h(0) = \tilde{H}_1, \quad h(l) = \tilde{H}_2, \quad (10)$$

$$u(x, 0) = 0, \quad c(x, 0) = \tilde{C}_0(x), \quad T(x, 0) = \tilde{T}_0(x), \quad x \in (0, l). \quad (11)$$

Тут: $x \in [0; l]$, $t > 0$; $u(x, t)$ – зміщення в ґрунті вздовж осі Ox ; X – масова сила; $\lambda(c, T)$, $\mu(c, T)$ – коефіцієнти Ламе; $c(x, t)$ – концентрація порового сольового розчину в ґрунтовому масиві; $T(x, t)$ – температура; $\gamma_{зв.}$ – питома вага ґрунту, що знаходиться в зваженому стані; p – фільтраційний тиск сольового розчину; $h(x)$ – п'єзометричний напір; γ_p – питома вага рідини; α_T – середній коефіцієнт лінійного

теплового розширення в інтервалі температур (T_0, T) , що визначається виразом

$$\alpha_T = \frac{1}{\bar{T}} \int_0^{\bar{T}} \alpha d\bar{T},$$

де $\bar{T} = T - T_0$, $\alpha = \frac{\Delta l}{l \bar{T}}$ – коефіцієнт лінійного розширення, Δl – зміна лінійних розмірів досліджуваного зразка; U – швидкість фільтрації; $D(c, T)$, $D_T(c, T)$ – коефіцієнти конвективної дифузії та термодифузії; n_p – пористість; γ – константа швидкості масообміну; C_m – концентрація граничного насичення; λ_T , c_T – коефіцієнти ефективної теплопровідності вологого ґрунту та об'ємної теплоємності ґрунту відповідно; ρ – густина порового розчину; c_ρ – питома теплоємність порового розчину; $k(c, T)$ – коефіцієнт фільтрації; \tilde{H}_1 , \tilde{H}_2 – напори відповідно на нижній та верхній межах ґрунту; l_i , $i = \overline{1, 6}$ – диференціальні оператори, що задають граничні умови відповідно при $x = 0$ та $x = l$.

Знайдено чисельний розв'язок поставленої крайової задачі (1) - (11), в результаті чого отримано значення зміщень, напружень та деформацій, а також розподіл напору, швидкості фільтрації, концентрації солей та температури. Проаналізовано вплив тепло-масоперенесення на нестационарні деформаційні процеси ґрунтового масиву в одновимірному випадку.

1. Сергиенко И. В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах [Текст] / И. В. Сергиенко, В. В. Скопецкий, В. С. Дейнека. – К. : Наукова думка, 1991. – 432 с. **2.** Федорчук Н. А. Математичне моделювання одновимірної задачі напружено-деформованого стану ґрунтового масиву при фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах та наявності рівня ґрунтових вод [Текст] / Н. А. Федорчук // Матем. та комп. модел. Серія : Техн науки: зб. наук. праць. – Кам'янець-Подільський : Кам.-Под. нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2010. – Вип. 4 – С. 204–215. **3.** Власюк А. П. Математичне моделювання одновимірної задачі напружено-деформованого стану ґрунтового масиву в умовах тепло-масоперенесення при фільтрації сольових розчинів / А. П. Власюк, Н. А. Федорчук // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-мат. науки. – Вип. 1. – 2012. – С. 131–136. **4.** Vlasjuk A. P. Mathematical simulation of the stressed-strained state of the foundation of earth dams with an open surface under the influence of heat and mass transfer in two-dimensional case / A. P. Vlasjuk, N. A. Zhukovskaya // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. March 2015, Volume 88, Issue 2, pp 329–341.