

Власюк А. П., д.т.н., професор (Міжнародний економіко-гуманітарний університет ім. академіка Степана Дем'янчука, м. Рівне), **Цвєткова Т. П., ст. викладач** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МАСОПЕРЕНОСЕННЯ СОЛЕЙ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНІЙ ФІЛЬТРАЦІЇ ТА ВОЛОГОПЕРЕНОСЕННІ У НАСИЧЕНО-НЕНАСИЧЕНОМУ ҐРУНТОВОМУ МАСИВІ ПРИ НАЯВНОСТІ ВЕРТИКАЛЬНОГО ДРЕНАЖУ

Проведено дослідження процесу перенесення солей з врахуванням нестационарної фільтрації та вологоперенесення в насичено-ненасиченому ґрунтовому при наявності вертикальної системи дренажу (рис. 1).

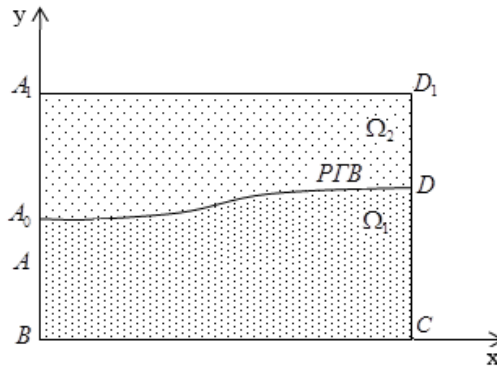


Рис. 1. Перенесення солей до вертикального дренажу в насичено-ненасиченому ґрунтовому масиві

Математична модель даної задачі в областях повного (Ω_1) та неповного насичення (Ω_2) описується наступною крайовою задачею [1–4]:

$$\frac{\partial \left(D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y} \right)}{\partial y} - v'_x(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x} - v'_y(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y} - \gamma_1(c_1 - C^*) = \sigma_1 \frac{\partial c_1}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_1(c_1) \frac{\partial h_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_1(c_1) \frac{\partial h_1}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y} \right) = a \frac{\partial h_1}{\partial t}, \quad (2)$$

$$v'_x(c_1) = -k(c_1, h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x} + v(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x}, \quad v'_y(c_1) = -k(c_1, h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y} + v(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y}, \quad (3)$$

$$h_1(x, y, 0) = \tilde{H}_0(x, y), \quad h_1|_{AD} = y, \quad \left. \frac{\partial h_1}{\partial n} \right|_{AB \cup BC \cup CD} = 0, \quad (4)$$

$$c_1(x, y, 0) = \tilde{C}_0(x, y), \quad c_1|_{AD} = \tilde{C}_2, \quad \left. \frac{\partial c_1}{\partial n} \right|_{AB \cup BC \cup CD} = 0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial \left(D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial y} \right)}{\partial y} - v_x(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial x} - v_y(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial y} - \gamma_2(c_2 - C^*) = \sigma_2 \frac{\partial c_2}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\mu(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(c_2, h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k(c_2, h_2) \frac{\partial h_2}{\partial y} \right), \quad (7)$$

$$v_x(c_2) = -k(c_2, h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x} + v(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial x}, \quad v_y(c_2) = -k(c_2, h_2) \frac{\partial h_2}{\partial y} + v(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial y}, \quad (8)$$

$$h_2(x, y, 0) = \tilde{H}_0(x, y), \quad h_2|_{AD} = y, \quad \left. \frac{\partial h_2}{\partial x} \right|_{AD \cup D_1D} = 0, \quad h_2|_{A_1D_1} = \tilde{H}_2, \quad (9)$$

$$c_2(x, y, 0) = \tilde{C}_0(x, y), \quad c_2|_{A_1D_1} = \tilde{C}_1, \quad \left. \frac{\partial c_2}{\partial n} \right|_{AD} = 0, \quad \left. \frac{\partial c_2}{\partial x} \right|_{A_1A \cup D_1D} = 0. \quad (10)$$

На межі областей повного та неповного насичення (РГВ) задаються умови спряження для напорів, концентрації та потоків солей відповідно

$$h_1|_{AD} = h_2|_{AD}, \quad c_1|_{AD} = c_2|_{AD}, \quad v_1 c_1 - D_1 \frac{\partial c_1}{\partial n} = v_2 c_2 - D_2 \frac{\partial c_2}{\partial n}. \quad (11)$$

В формулах (1)-(11) використано наступні позначення: $D_1(c_1)$, $D_2(c_2)$ – коефіцієнти конвективної дифузії, γ_1 , γ_2 – коефіцієнти масообміну, C_1^* , C_2^* – концентрації граничного насичення сольових розчинів, σ_1 , σ_2 – пористості ґрунту, $k_1(c_1, h_1)$, $k_2(c_2, h_2)$ – коефіцієнти фільтрації; v_1 , v_2 – швидкості фільтрації сольових розчинів; h_1 – п'єзометричний напір, h_2 – напір вологи, $v_1(c_1)$, $v_2(c_2)$ – осмотичні функції; $\mu(h)$ – вологоємність, $[h]_{l_i} = [c]_{l_i}$ – стрибки функцій відносно напорів та концентрації солей, задані на кривій депресії (РГВ).

Диференціальні рівняння (1), (6) описують процес масоперенесення сольових розчинів в областях повного та неповного насичення, відповідно.

(2) – рівняння нестационарної фільтрації з врахуванням явища хімічного осмосу. Рівняння (3), (8) виражають узагальнений закон Дарсі на випадок руху сольових розчинів з врахуванням осмотичних явищ. (7) – рівняння вологоперенесення Умови (4), (5), (9), (10) – крайові умови для задач масоперенесення та вологоперенесення відповідно для двох областей вологоперенесення. (11) – умови спряження, задані на межі областей повного та неповного насичення.

Потрібно дослідити процес масоперенесення солей під впливом нестационарної фільтрації підземних вод та вологоперенесення до вертикального дренажу в області насичено-ненасиченого ґрунту; розрахувати поле розподілу п'єзометричних напорів, напорів вологи, швидкостей фільтрації сольових розчинів; встановити розподіл поля концентрації солей до вертикального дренажу.

Чисельний розв'язок поставленої крайової задачі (1) – (11) знайдено за методом скінченних різниць з використанням чисельного методу конформних відображень. Побудовано відповідні різницеві схеми згідно локально-одновимірного методу О. А. Самарського [5].

Розроблено обчислювальний алгоритм та програмне забезпечення розв'язування крайової задачі, яке виконано в середовищі візуально-подійного, об'єктно-орієнтованого програмування Microsoft Visual Studio 2012 на мові C#.

На основі програмної реалізації задачі проведені чисельні експерименти та здійснено їх аналіз, що дало можливість детально дослідити процес поширення сольових розчинів до дренажу під впливом нестационарної фільтрації та вологоперенесення для запобігання кризових ситуацій.

1. Веригин Н. Н. Диффузия и массообмен при фильтрации жидкостей в пористых средах / Н. Н. Веригин, Б. С. Шержуков // Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917–1967). – М. : Наука, 1969. – С. 237–313. **2.** Сергиенко И. В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И. В. Сергиенко, В. В. Скопецкий., В. С. Дейнека // – Киев : Наук. думка, 1991. – С. 27–31. **3.** Власюк А. П. Математичне моделювання масоперенесення солей при нестационарній фільтрації та вологоперенесенні в насичено-ненасичених ґрунтах у нелінійному випадку / А. П. Власюк, Т. П. Цветкова // Тез. XXIII Міжнар. наук. конф. «Прийняття рішень в умовах невизначеності», 12–16 травня 2014 р. Мукачево, 2014. – С. 77–78. **4.** Власюк А. П. Математичне моделювання солеперенесення при вологоперенесенні з врахуванням осмотичних явищ в шаруватих ґрунтах в нелінійному випадку / А. П. Власюк, Т. П. Цветкова // Тез. Міжнародної наук.-практ. конф «Проблеми розвитку вищої школи та економіки в XXI столітті» 3–4 жовтня 2013. Рівне, 2013. – С. 83–85. **5.** Самарский А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский // – М. : Наука, 1989. – 616 с.