



## ЯКІ МОЖЛИВОСТІ ВІДКРИВАЄ МЕТОД НОРМАЛІЗАЦІЇ НЕГАУССОВИХ ПОХИБОК ПРИ МОДЕЛЮВАННІ І ВИКОРИСТАННІ ПРОГРАМНИХ ПРОДУКТІВ

**Джунь Йосип**

*доктор фізико-математичних наук, професор,  
завідувач кафедри математичного моделювання  
Приватний вищий навчальний заклад  
Міжнародний економіко-гуманітарний університет  
імені академіка Степана Дем'янчука,  
м. Рівне, Україна*

При математичному моделюванні чи використанні програмних продуктів часто зустрічається ситуація, коли експериментальні дані або вибірки не підкоряються закону Гаусса, необхідному при використанні кореляційного, регресійного, дисперсійного чи спектрального аналізів. В цьому разі результати моделювання не дадуть можливості отримати ефективні оцінки параметрів моделей у відповідності з теорією оцінювання.

Практично негауссовими є ряди автоматизованих спостережень Big Date, які мають великий обсяг і різкі відхилення по ексцесу від нормального закону. Наприклад, перший в Європі автоматизований ряд спостережень широти Гринвіча в 1927-1931 рр. на плаваючому у ртуті зеніт-телескопі Куксона, обсягом 4540 спостережень, мав небачено великий ексцес  $\varepsilon = +4.14 \pm 0,07$  [1] в той час як для закону Гаусса  $\varepsilon = 0$ . Це вказувало на великий відсоток аномальних спостережень в цьому ряді і про неможливість його обробки класичними методами.

Згадані спостереження широти в Гринвічі мали значний інтерес. Вони були під великою увагою, оскільки всесвітні потоки починаються з раптового зміщення полюса Землі.

Розподіли великих масивів даних, як показує практика, мають дві істотні особливості, а саме вони:

- є симетричними;
- мають  $\varepsilon > 0$ .

Розподіли такого типу, як показав Г. Джефферіс в [2], можна представити кривою Пірсона VII типу з діагональною інформаційною матрицею:

$$f(x) = \frac{\Gamma(m+1)}{\sqrt{2\pi(m-0,5)} \cdot \Gamma(m+0,5)} \cdot \frac{1}{\sigma} \left[ 1 + \frac{0,5m^2}{(m-0,5)^3} \left( \frac{x-a}{\sigma} \right)^2 \right]^{-m}, \quad (1)$$



де параметрами є:  $a$  – математичне сподівання;  $\sigma$  – міра розсіювання;  $m$  – міра відхилення (1) від закону Гаусса.

Як бачимо, функція (1) є трипараметричною.

Вагова функція розподілу (1), як показано в [3], є наступною:

$$p(x_i) = \frac{\ln' f(x_i)}{x_i} = \left[ \left( \frac{m + 0.5}{m} \right) \sigma_{ii}^2 - \frac{x_i^2}{2m} \right]^{-1} . \quad (2)$$

Ми допускаємо, що математичне сподівання  $a = 0$  в (1). Записуючи вагову функцію (2) у вигляді  $p(x_i)$ , де  $x_i$  – результати спостережень, ми можемо легко привести негауссові ряди до нормалізованого вигляду за формулою:

$$x_{ні} = x_i \sqrt{P(x_i)}, \quad (3)$$

При нормалізації спостережень  $x_i$  необхідно, щоб оцінки параметрів розподілу (1) були ефективними, тобто, отриманими методом максимальної правдоподібності.

Зауважимо, що формулу (3) успішно можна застосовувати: як при моделюванні так і там, де критеріальні процедури ґрунтуються на законі Гаусса.

**Висновки.**

1. Як бачимо, оператор нормалізації (3) є простим і дозволяє успішно її проводити.

2. Велика користь цього оператора в тому, що він забезпечує просте його застосування в широкому колі класичних програмних пакетів для критеріальних процедур, розроблених на основі нормального закону (критерії Стьюдента, Фішера, Бартлетта, Аббе, дисперсійний аналіз, тощо).

3. Наявність оператора (3) усуває необхідність створення нових критеріїв, наприклад, на основі розподілу (1).

4. Значущість оператора (3) в тому, що він призначений для сучасних експериментів, Big Date, обсяги яких сягають іноді до 40.000 тисяч спостережень, і які вже ні в якому разі не можуть бути гауссовими.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Jeffreys H. The Law of Errors in the Greenwich Variation of Latitude observations. Mon. Not. of the RAS. 1939, vol. 99, № 9, pp. 703-709.
2. Jeffreys H. Theory of Probability. Sec. Edition. Oxford. 1940.- 468 p.
3. Dzhun I. V. Non-Classical Theory Measurements Errors. USA: Amazon. 2019. – 211 p.