

**О. Є. ЩОДРО,**  
*к.т.н., доцент,  
Національний університет  
водного господарства та природокористування*  
**Я. В. ХОДНЕВИЧ,**  
*викладач,  
Міжнародний економіко-гуманітарний університет  
ім. академіка С. Дем'янука*

## **ПРОБЛЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЙ В ТУРБУЛЕНТНИХ ВІДРИВНИХ ЗОНАХ**

### **Анотація**

Запропоновано і досліджено математичну модель для ефективного та швидкого розрахунку витрат масообміну та кінематичних характеристик турбулентного потоку у відривних течіях за затоплюваними перешкодами, наприклад, за наносорегулюючими напівзагатами, які застосовуються для захисту берегів від розмиву.

### **Аннотация**

Предложена математическая модель для эффективного и быстрого расчета расхода массообмена и кинематических характеристик турбулентного потока в отрывных течениях за затопленными преградами, например, за наносорегулирующими полузагатами, которые используются для защиты берегов от размыва.

### **Annotation**

Mathematical model is proposed and elaborated for effective and rapid calculation of mass exchange rate kinematical characteristics of the turbulent flow in the separation zone behind the low submerged obstacles, such as spur-dikes which are used for river-bed regulation.

**Метою роботи** є розробка методу практичного розрахунку параметрів масообміну, полів осереднених швидкостей та тисків у зоні просторового відриву водного потоку за низькою затоплюваною перешкодою (напівзагатою), яка розташована косо відносно набігаючого потоку, а також побудова прикладних алгоритму та програми.

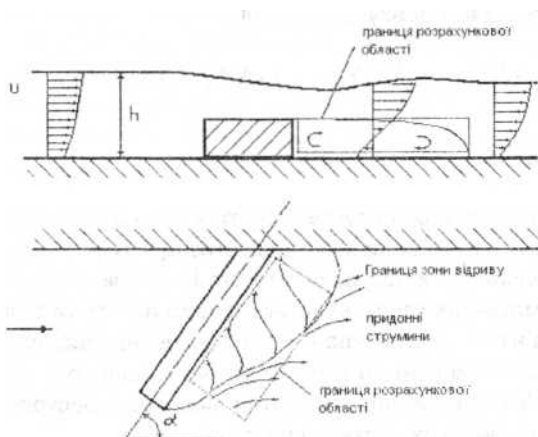
Актуальність теми пов'язана з необхідністю широкого проектування економічних і раціональних у гідравлічному і технологічному відношеннях бун та затоплюваних напівзагат, які майже не збудують річковий потік і не виклика-

ють глибоких місцевих розмивів. В той же час такі споруди істотно збільшують інтенсивність масообміну у потоці, покращують перемішування стічних вод у потоці, а також активно регулюють донні наноси, направляючи їх до берега.

**Об'єктом дослідження** є турбулентний водний потік у відривній зоні за спорудою розгляданого типу.

**Предметом дослідження** є алгоритм швидкого розрахунку, який поєднує ідеї розрахунку за неявною схемою на грубій сітці, наближеного задоволення умови нерозривності, подальшого сплайнового згладження результатів та згущення сітки, а також підключення повної моделі  $k - \varepsilon$  і застосування явного алгоритму в комбінації з методом розщеплення.

На Рис.1 представлено схему просторової відривної течії за косо розташованою донною напівзагатою та показано структуру потоку у вигляді траєкторій донних і поверхневих струмин. Особливості такої течії полягають у тому, що потік, який перетікає через косо розташовану перешкоду (споруду), зосереджено втікає в область відриву і формує в ній струмину, яка рухається вздовж споруди та обертається навколо своєї власної осі. Впорядкованість течії у такій відривній зоні вище, як у випадку плоскої відривної течії, а інтенсивність турбулентності нижче.



**Рис. 1. Схема обтікання потоком затопленої низької напівзагати річковим потоком та межі розрахункової області**

Поряд з тим, з'являється кілька нових особливостей.

Першою - є складна зміна геометрії течії (рис. 1). Така зміна геометрії вихрової течії пояснюється на основі рівнянь балансу кількості руху та імпульсів сил з врахуванням зміни витрат по довжині області [1]. Другою є закономірна

зміна витрат масообміну по довжині області - різке зростання на початку, та повільне зростання у подальшому витрати захоплення маси. Третьою закономірністю - є поява квазіперіодичних вихрових структур при зосередженому втіканні потоку із гребеня перешкоди у простір за уступом. Ці структури сприяють збільшенню транспортуючої спроможності течії та збільшують ефективність масообміну. Експериментальне дослідження таких течій проводилося, наприклад методом кінозйомки Н.А. Ярных [2].

Вказані особливості потоків у розглядуваних зонах використовуються для покращення екологічного стану річок шляхом інтенсифікації масообміну у потоці, наприклад, за допомогою низької буни з додатковими пристроями [3].

Для оцінки впливу затоплюваної буни на потік необхідно розв'язати дві задачі:

- 1) розрахунок поля кінематичних характеристик турбулентного водного потоку;
- 2) знаходження витрат масообміну на границі розділу ви зорового вальця та транзитної течії.

Перша задача розглядалася в області

$\bar{Q} = \{0 \leq x \leq N, 0 \leq y \leq M, 0 \leq z \leq L\}$  у роботах [4] та [5] та наближено розв'язувалася на неустійчивій розрахунковій сітці

$$\omega = \left\{ (x, y, z) : x_i = i \cdot \Delta X, y_j = j \cdot \Delta Y, z_k = k \cdot \Delta Z, i = \overline{0, n}, j = \overline{0, m}, k = \overline{0, l}, \Delta X = \frac{N}{n}, \Delta Y = \frac{M}{m}, \Delta Z = \frac{L}{l} \right\}$$

Прийняття такої сітки було зумовлено тим, що неявна схема розв'язання задачі не дуже чутлива до величини дискретизації сітки. Якщо ж здійснювати розв'язання на більш густій розрахунковій сітці з метою отримання більш точних значень кінематичних характеристик водного потоку та більш повної картини динаміки в'язкої нестискуваної рідини, це призводить до суттєвого збільшення об'єму обчислень та великих затрат машинного часу.

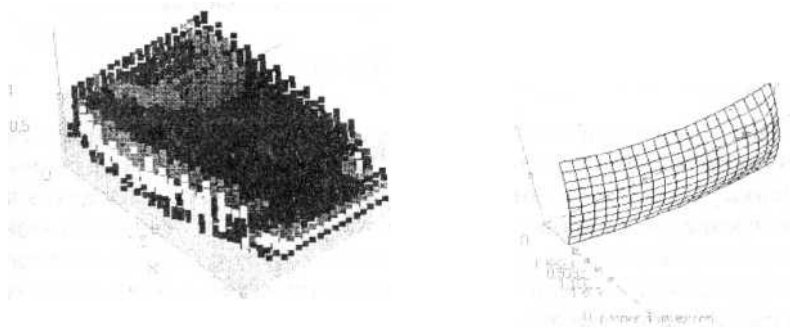
Для того, щоб уникнути великих затрат машинних ресурсів та підвищити точність обчислень виникла наступна ідея:

- спочатку розв'язувати задачу розрахунку турбулентного водного потоку за неявною схемою на грубій розрахунковій сітці [4], [5], тобто обчислюємо швидкості  $u, v, w$  та поле тиску  $P$ ;

- потім здійснювати згущення розрахункової сітки за рахунок сплайнової апроксимації знайдених розподілів швидкостей  $u, v, w$  та поля тиску  $P$ . В результаті отримується поле швидкостей  $u_s, v_s, w_s$  та поле тиску  $P_s$ ;

- далі кінематичні характеристики течії перераховуємо за явною схемою розщеплення Мак-Кормака. В результаті отримаємо розподіл поля швидкос-

тей (рис. 2) та тиску на густій розрахунковій сітці просторової області.



**Рис. 2. Результати обчислення за явною схемою.  
Розподіл швидкості в області**

Тобто по суті ми знову розв'язуємо задачу руху в'язкої нестислої рідини в умовах турбулентної течії, але іншим методом, і робимо це з метою уточнити вже відомі значення розподілів поля швидкостей та тиску.

Такий підхід дозволяє отримати повнішу картину динаміки в'язкої нестислої рідини в умовах турбулентної течії та вимагає незначних затрат машинного часу.

В якості основи математичної моделі турбулентного руху потоку пропонується система рівнянь О. Рейнольдса (1) - (3), яка доповнена рівняннями  $\kappa$  — є моделі турбулентності:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\gamma \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2k}{3} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \gamma \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \gamma \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right); \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \gamma \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( 2\gamma \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2k}{3} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \gamma \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right); \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial vw}{\partial y} + \frac{\partial w^2}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \gamma \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \gamma \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( 2\gamma \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2k}{3} \right); \end{aligned}$$

Для побудови звичайно-різницевого аналога розщепленої системи (1) - (3) застосовано модифіковану різницеву схему Мак-Кормака з використанням методу предиктор - коректор [6].

Переваги такого підходу полягають в тому, що така модель достатньо проста, в ній використовується мале число емпіричних сталих, а також є досвід застосування даної моделі для розрахунку рівнянь планової задачі [7].

**Друга задача** розглядалася в тій же області, що й перша. При цьому ос-

нове модельне рівняння для дифузії як часток самої рідини, так і твердих часток, які осідають у потоці зі швидкістю  $W_0$ , записується у вигляді [8]:

$$\varepsilon \frac{l_0^2}{l^2(s,t)} \frac{\partial}{\partial r} \left( D \left( V \left( l(c(s,r,t)) \right) \right) \frac{\partial c}{\partial r} \right) - u \left( l(c(s,r,t)) \right) \frac{\partial c}{\partial s} - \frac{l_0 w_0}{l(s,t)} \frac{\partial c}{\partial r} = \frac{\partial c}{\partial t}$$

Вказане рівняння записане з врахуванням переваги дифузії у вертикальному напрямку та враховує вплив геометрії області на кінематичну структуру потоку.

**Висновки.** Розроблені методики розв'язання двох описаних задач, алгоритми та прикладні програми дають можливість швидко та ефективно визначати основні характеристики турбулентної течії на основі попереднього наближеного задання поля осереднених швидкостей і тисків течії в межах розрахункової області. Самостійне значення має задача знаходження параметрів масообміну, які необхідні для оцінки динаміки екологічних характеристик річок та інших об'єктів, а також інтенсивностей деформації розмивного ложа водотоків.

### Література:

1. Щодро А.Е. Кинематика потока и водообмен за косорасположенными донными уступами гидротехнических сооружений //Гидравлика и гидротехника. Респ. межвед. научно- техн. сборник. - Вып. 26- К.: Техніка, 1978. - С. 59 - 64.
2. Ярных НА Обтекание вертикальной пластины, установленной под углом к потоку// Труды Гос. Гидрологического ин-та. - Л. : Гидрометеоиздат, 1975. - Вып. 225
3. Мокпак М.М. Застосування затоплюваних водо змішувальних бун для інтенсифікації масообміну в потоці з метою покращення екологічного стану малих річок. Вісник НУВГП випуск 4, частина 1, 2006 р, с. 143-148.
4. О. Є. Щодро, Я. В. Ходневич. Розрахунки просторових течій в зоні активного вимиву ґрунту при місцевому розмиві//Збірник наукових праць викладачів та студентів факультету кібернетики Рівне, Міжнародний економіко-гуманітарний університет ім. акад. С. Дем'янука, 2006 р., С 28-34.
5. Ходневич Я. В. Математичне моделювання просторових течій з врахуванням інтегральної умови нерозривності // Збірник наукових праць «Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво». Випуск 31. Рівне, Національний університет водного господарства та природо користування, 2007 р., С. 287- 292.
6. Андерсон Д. Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен /Пер. с англ. -М.: Мир, 1990. - Т.1, 2. - 384 с., 392 с.
7. Белов И.Ф. Модели турбулентности. - Л.: ЛМИ. - 1982. - 88 с.
8. Бомба А.Я., Щодро О.Є, Барановський С.В. Покрокова асимптотика розв'язку сингулярно збурених задач конвективної дифузії в скінченних областях з вільними межами та проблеми моделювання планових деформацій дна русла.//Вісник Української державної академії водного господарства. Сучасні проблеми теорії фільтрації. Збірник наукових статей. - Рівне, 1998. - С. 21-26.