

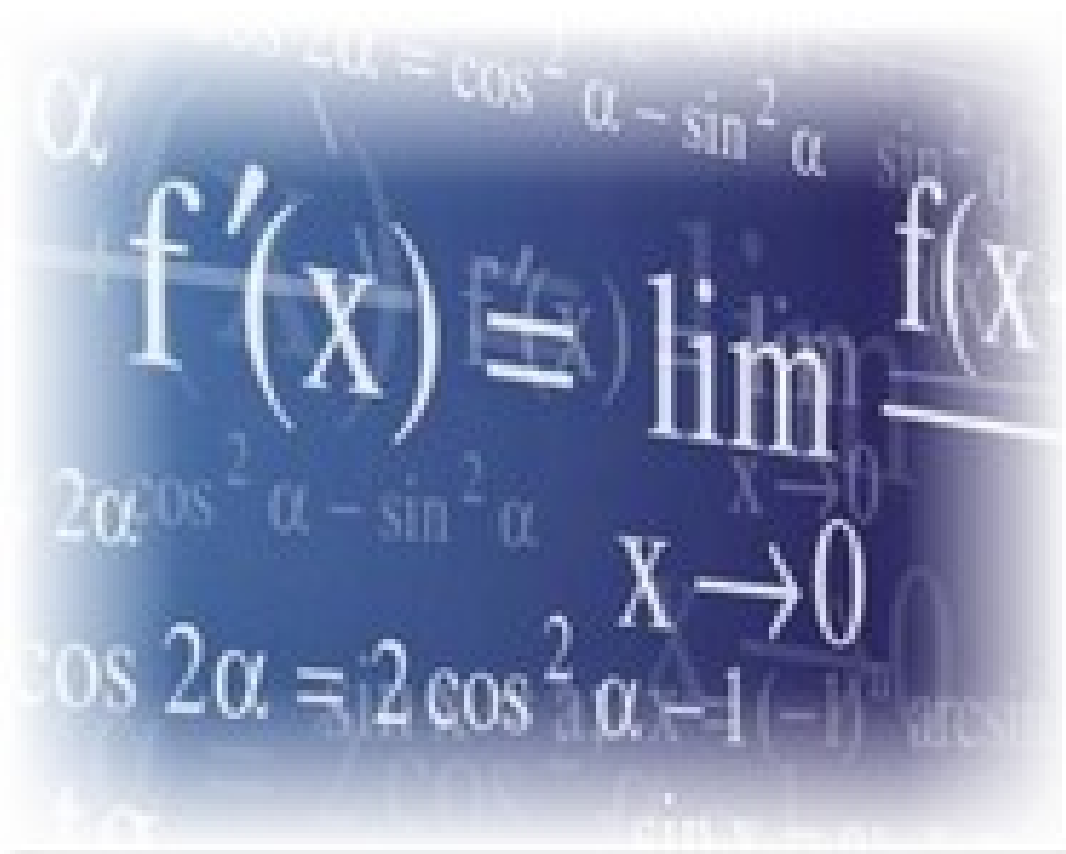


Приватний вищий навчальний заклад
«Міжнародний економіко-гуманітарний університет
імені академіка Степана Дем'янчука»

Факультет кібернетики

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

Методичні рекомендації
щодо організації самостійної роботи
здобувачів вищої освіти
Частина 1



**Приватний вищий навчальний заклад
«Міжнародний економіко-гуманітарний університет
імені академіка Степана Дем'янчука»**

Факультет кібернетики

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

**Методичні рекомендації
щодо організації самостійної роботи
здобувачів вищої освіти
Частина 1**

**Спеціальність 121 Інженерія програмного забезпечення
Галузь знань 12 Інформаційні технології**

Розглянуто і схвалено на засіданні
Ради факультету кібернетики
Міжнародного економіко-
гуманітарного університету
імені академіка Степана Дем'янчука
Протокол № _ від ____ 2021 р.

..... доц. Юскович-Жуковська В.І.

Розглянуто і схвалено на засіданні
кафедри математичного моделювання
Міжнародного економіко-
гуманітарного університету
імені академіка Степана Дем'янчука
Протокол № _ від ____ 2021 р.

.....проф. Джунь Й.В.

Соловей Л.Я. Математичний аналіз. Методичні рекомендації щодо організації самостійної роботи здобувачів вищої освіти. Частина 1. / Л.Я.Соловей. – Рівне: ПВНЗ «МЕГУ імені академіка С. Дем'янчука», 2021. 41 с.

Рецензенти:

Джунь Й.В., доктор фізико-математичних наук, професор ПВНЗ «Міжнародний економіко-гуманітарний університет імені академіка Степана Дем'янчука»

Друкується за ухвалою Вченої ради Міжнародного економіко-гуманітарного університету імені академіка Степана Дем'янчука

© Міжнародний економіко-гуманітарний університет імена академіка Степана Дем'янчука, 2021

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	6
ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА.....	7
МЕТОДИКА ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ ПРИ ВИВЧЕННІ ДИСЦИПЛІНИ «МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ».....	9
ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН.....	11
МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ.....	15
ЗАВДАННЯ ДЛЯ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ ТА САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ.....	22
ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ.....	29
ШКАЛА ОЦІНЮВАННЯ: НАЦІОНАЛЬНА ТА ECTS.....	35
ЛІТЕРАТУРА.....	36

ПЕРЕДМОВА

У зміст методичних рекомендацій увійшли розробки практичних занять з курсу «Математичний аналіз». Дані методичні рекомендації мають на меті допомогти здобувачам вищої освіти краще засвоїти програмний теоретичний матеріал, оволодіти різними математичними методами, навчитися вільно застосовувати їх на практиці. Завдання, що запропоновані для самостійного опрацювання, доступні кожному здобувачу вищої освіти.

Активному засвоєнню матеріалу сприятиме довідковий матеріал, приклади розв'язування задач та список рекомендованої літератури. Охоплено теми такі як: числова послідовність, границя числової послідовності, визначні границі, диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних, повне дослідження функції.

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Програма вивчення навчальної дисципліни «Математичний аналіз» складена відповідно до освітньої програми підготовки здобувачів вищої освіти спеціальності 121 «Інженерія програмного забезпечення», перший ступінь вищої освіти бакалавр.

Предметом вивчення навчальної дисципліни є: поняття і властивості числових множин, поняття та властивості числових і функціональних послідовностей, границі, основні означення і теореми диференціального числення функцій однієї та багатьох змінних.

Об'єктом математичного аналізу є функція, а основним методом її дослідження є метод граничного переходу.

Актуальними **задачами математичного аналізу** є використання методів математичного аналізу для розв'язування задач з інших розділів математики і прикладних задач.

Міждисциплінарні зв'язки: фізика, комп'ютерна дискретна математика, лінійна алгебра та аналітична геометрія, теорія ймовірностей та математична статистика, обчислювальні методи тощо.

Мета навчальної дисципліни: забезпечити основну теоретичну і практичну підготовку з основ математичного апарату аналізу функцій для розв'язування практичних задач та формування уміння виконувати відповідні математичні прикладні розрахунки, зокрема, з використанням комп'ютера.

Завдання: ознайомити здобувачів вищої освіти з поняттями і властивостями числових множин, числових і функціональних послідовностей, границі, основні означення і теореми диференціального числення функцій однієї та багатьох змінних.

Під час лекційних та практичних занять, індивідуальної та самостійної роботи здобувачі вищої освіти, набувають **таких програмних компетентностей:**

Інтегральна компетентність

Здатність розв'язувати складні спеціалізовані завдання або практичні проблеми інженерії програмного забезпечення, що характеризуються комплексністю та невизначеністю умов, із застосуванням теорій та методів інформаційних технологій.

Загальні компетентності

K01 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

Фахові компетентності спеціальності

K14 Здатність брати участь у проектуванні програмного забезпечення, включаючи проведення моделювання (формальний опис) його структури, поведінки та процесів функціонування.

K20 Здатність застосовувати фундаментальні і міждисциплінарні знання для успішного розв'язання завдань інженерії програмного забезпечення.

K26 Здатність до алгоритмічного та логічного мислення.

Програмні результати навчання

Опанування дисципліною «Математичний аналіз» забезпечить наступні результати:

ПР01 Аналізувати, цілеспрямовано шукати і вибирати необхідні для вирішення професійних завдань інформаційно-довідникові ресурси і знання з урахуванням сучасних досягнень науки і техніки.

ПР05 Знати і застосовувати відповідні математичні поняття, методи доменного, системного і об'єктно-орієнтованого аналізу та математичного моделювання для розробки програмного забезпечення.

МЕТОДИКА ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ ПРИ ВИВЧЕННІ ДИСЦИПЛІНИ «МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ»

Сутність, значення і основні завдання самостійної роботи. Види самостійних робіт. Вимоги до організації самостійної роботи.

Самостійна робота здобувача вищої освіти (СРС) - це форма організації навчального процесу, при якій заплановані завдання виконуються здобувачем вищої освіти під методичним керівництвом викладача, але без його безпосередньої участі та має становити не менше 50% часу, передбаченого для виконання основної освітньої програми, з урахування рекомендацій Міністерства освіти і науки України щодо кількості годин аудиторних занять на тиждень (не менше 1/3 і не більше 2/3 загального обсягу навчального часу, відведеного для вивчення конкретної дисципліни). СРС є основним засобом оволодіння навчальним матеріалом під час позааудиторної навчальної роботи.

Метою СРС є засвоєння в повному обсязі навчальної програми та послідовне формування самостійності як риси характеру, що відіграє суттєву роль у формуванні сучасної моделі фахівця вищої кваліфікації.

Зміст самостійної роботи здобувача вищої освіти у форматі конкретної дисципліни визначається навчальною програмою дисципліни, методичними матеріалами, завданнями та вказівками викладача.

Форми самостійної роботи з навчальної дисципліни для здобувачів вищої освіти є різні та визначаються робочою навчальною програмою, залежно від мети, завдань та змісту навчальної дисципліни, специфікою освітньої програми і, зокрема:

- опрацювання теоретичних засад прослуханого лекційного матеріалу;
- вивчення окремих тем або питань, що передбачені для самостійного опрацювання;
- переклад текстів встановлених обсягів з однієї мови на іншу;
- виконання домашніх завдань;
- підготовка до семінарських, практичних (лабораторних) занять;

- підготовка до контрольних робіт та інших форм поточного контролю
- систематика вивченого матеріалу курсу перед написанням модулів та іспитом;
- відпрацювання тренінгових програм (завдань) з навчальних дисциплін;
- виконання індивідуальних завдань (написання реферату за заданою проблематикою; підготовка критичного есе на статті зарубіжних і вітчизняних авторів за визначеною тематикою; пошук (підбір) та огляд літературних джерел за заданою проблематикою курсу; аналітичний розгляд наукової публікації;
- написання курсової роботи; написання дипломної роботи тощо).

Мотивація здобувачів вищої освіти до самостійної роботи. Методи стимулювання мотивації до самостійної роботи здобувачів вищої освіти в процесі вивчення математичного аналізу. Діагностика знань.

Ефективність самостійної роботи здобувачів вищої освіти зумовлюється насамперед сформованістю пізнавальних мотивів; адаптивними можливостями студентів до індивідуального самостійного розвитку в умовах процесу навчання; якісною та доступною науково обґрунтованою інформаційно-методичною базою; чітким налагодженим контролем за її виконанням.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН

Тема 1. Поняття числової послідовності. Границя послідовності.

План

1.1. Властивості границі послідовності.

Література.

1. Герасимчук, В.С. Вища математика. Повний курс вищої математики у прикладах і задачах [Текст] / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – Київ : Книги України ЛТД, 2009. – Ч. 1–3.
2. Коновалюк В.С., Олешко Т.І., Петрусенко В.П. Вища математика. Модуль 3. Вступ до математичного аналізу: Навч. посібник/ За заг. ред. проф. Т.І.Олешко. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.–128 с.
3. Математичний аналіз у задачах і прикладах: У 2-х ч.: Навч. посіб./ Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., та ін. –К.: Вища шк., 2002. –Ч.1. -462 с.

Тема 2. Означення границі функції в точці.

План

2.1. Визначні границі та їх застосування.

Література.

1. Герасимчук, В.С. Вища математика. Повний курс вищої математики у прикладах і задачах [Текст] / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – Київ : Книги України ЛТД, 2009. – Ч. 1–3.
2. Коновалюк В.С., Олешко Т.І., Петрусенко В.П. Вища математика. Модуль 3. Вступ до математичного аналізу: Навч. посібник/ За заг. ред. проф. Т.І.Олешко. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.–128 с.
3. Математичний аналіз у задачах і прикладах: У 2-х ч.: Навч. посіб./ Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., та ін. –К.: Вища шк., 2002. –Ч.1. -462 с.

Тема 3. Поняття неперервності функції в точці.

План

3.1. Арифметичні операції над неперервними функціями.

3.2. Неперервність складної функції.

3.3. Властивості неперервних функцій на сегменті.

Література.

1. Герасимчук, В.С. Вища математика. Повний курс вищої математики у прикладах і задачах [Текст] / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – Київ : Книги України ЛТД, 2009. – Ч. 1–3.
2. Коновалюк В.С., Олешко Т.І., Петрусенко В.П. Вища математика. Модуль 3. Вступ до математичного аналізу: Навч. посібник/ За заг. ред. проф. Т.І.Олешко. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.–128 с.
3. Математичний аналіз у задачах і прикладах: У 2-х ч.: Навч. посіб./ Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., та ін. –К.: Вища шк., 2002. –Ч.1. -462 с.

Тема 4. Поняття похідної. Задачі, які приводять до поняття похідної.

План

4.1. Означення похідної. Критерій диференційованості.

4.2. Правило обчислення похідної.

4.3. Похідна складної функції.

4.4. Похідна явно та неявно заданої функції.

4.5. Похідна функції, яка задана параметрично.

4.6. Похідна оберненої функції.

Література.

1. Герасимчук, В.С. Вища математика. Повний курс вищої математики у прикладах і задачах [Текст] / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – Київ : Книги України ЛТД, 2009. – Ч. 1–3.
2. Ластівка І.О., Левковська Т.А., Олешко Т.І. Вища математика. Модуль 4. Диференціальне числення функції однієї змінної: Навч. посібник/ За заг. ред. проф. Т.І.Олешко. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.–120 с.
3. Математичний аналіз у задачах і прикладах: У 2-х ч.: Навч. посіб./ Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., та ін. –К.: Вища шк., 2002. –Ч.1. -462 с.
4. Похідна та її застосування [Текст]: навчальний посібник /В. М. Кузнецов, Т. М. Бусарова, Т. А. Агошкова, І. В. Клименко, Н. В.

Міхєєва; Дніпропетр. нац. ун-т залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпро, 2017. – 104 с.

5. Тевяшев А.Д., Литвин О.Г. Вища математика у прикладах і задачах. Ч.1. Лінійна алгебра і аналітична геометрія. Диференціальне числення функції однієї змінної. –Х.: ХНУРЕ, 2004. – 588с.

Тема 5. Застосування диференціального числення.

План

5.1. Розкриття невизначеностей за допомогою правила Лопітала.

5.2. Диференціал функції, його фізичний та геометричний зміст.

Література.

1. Герасимчук, В.С. Вища математика. Повний курс вищої математики у прикладах і задачах [Текст] / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – Київ : Книги України ЛТД, 2009. – Ч. 1–3.
2. Ластівка І.О., Левковська Т.А., Олешко Т.І. Вища математика. Модуль 4. Диференціальне числення функції однієї змінної: Навч. посібник/ За заг. ред. проф. Т.І.Олешко. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.–120 с.
3. Математичний аналіз у задачах і прикладах: У 2-х ч.: Навч. посіб./ Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., та ін. –К.: Вища шк., 2002. –Ч.1. -462 с.
4. Похідна та її застосування [Текст]: навчальний посібник /В. М. Кузнецов, Т. М. Бусарова, Т. А. Агошкова, І. В. Клименко, Н. В. Міхєєва; Дніпропетр. нац. ун-т залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпро, 2017. – 104 с.
5. Тевяшев А.Д., Литвин О.Г. Вища математика у прикладах і задачах. Ч.1. Лінійна алгебра і аналітична геометрія. Диференціальне числення функції однієї змінної. –Х.: ХНУРЕ, 2004. – 588с.

Тема 6. Похідні вищих порядків явно заданої функції.

Література.

1. Герасимчук, В.С. Вища математика. Повний курс вищої математики у прикладах і задачах [Текст] / В. С. Герасимчук,

- Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – Київ : Книги України ЛТД, 2009. – Ч. 1–3.
4. Похідна та її застосування [Текст]: навчальний посібник /В. М. Кузнецов, Т. М. Бусарова, Т. А. Агошкова, І. В. Клименко, Н. В. Міхєєва; Дніпропетр. нац. ун-т залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпро, 2017. – 104 с.
 5. Тевяшев А.Д., Литвин О.Г. Вища математика у прикладах і задачах. Ч.1. Лінійна алгебра і аналітична геометрія. Диференціальне числення функції однієї змінної. –Х.: ХНУРЕ, 2004. – 588с.

Тема 7. Дослідження функцій за допомогою похідних.

План

- 7.1. Інтервали зростання і спадання функцій.
- 7.2. Максимум і мінімум (екстремум) функції.
- 7.3. Інтервали опуклості й увігнутості функції. Точки перегину.
- 7.4. Асимптоти кривої.
- 7.5. Загальне дослідження функцій та побудова їх графіків.

Література.

2. Ластівка І.О., Левковська Т.А., Олешко Т.І. Вища математика. Модуль 4. Диференціальне числення функції однієї змінної: Навч. посібник/ За заг. ред. проф. Т.І.Олешко. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.–120 с.
4. Похідна та її застосування [Текст]: навчальний посібник /В. М. Кузнецов, Т. М. Бусарова, Т. А. Агошкова, І. В. Клименко, Н. В. Міхєєва; Дніпропетр. нац. ун-т залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпро, 2017. – 104 с.

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ

Приклад 1.

Записати загальний член послідовності: $\frac{2}{3 \cdot 1}, \frac{3}{4 \cdot 2}, \frac{4}{5 \cdot 3}, \frac{5}{6 \cdot 4}$

Розв'язок.

В цьому завданні і чисельник і знаменник змінюються лінійно, зміщуючись від одиниці на певні константи. Тільки в знаменнику маємо добуток чисел, тому в формулі загального члена $x_n = \frac{n+1}{(n+2)^n}$ це виражається квадратичною залежністю.

Відповідь. $x_n = \frac{n+1}{(n+2)^n}$

Приклад 2.

Записати перші 5 членів послідовності

$$x_n = \frac{n+5}{(n+1)^n}$$

Розв'язок.

$$x_1 = \frac{1+5}{(1+1)^1} = \frac{6}{4}$$

$$x_2 = \frac{2+5}{(2+1)^2} = \frac{7}{9}$$

$$x_3 = \frac{3+5}{(3+1)^3} = \frac{8}{64}$$

$$x_4 = \frac{4+5}{(4+1)^4} = \frac{9}{625}$$

$$x_5 = \frac{5+5}{(5+1)^5} = \frac{10}{7776}$$

Відповідь. $x_1 = \frac{6}{4}, x_2 = \frac{7}{9}, x_3 = \frac{8}{64}, x_4 = \frac{9}{625}, x_5 = \frac{10}{7776}$

Приклад 3.

Знайти границю числової послідовності $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+2n-3}{n(2-3n)}$

Розв'язок.

В чисельнику і знаменнику виділяємо множник, який має найбільший степінь та скорочуємо на нього

Далі в дужках чисельника і знаменника бачимо домінуючі доданки, які і складають границю числової послідовності. Всі дробові доданки при $n \rightarrow \infty$ прямують до нуля.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n - 3}{n(2 - 3n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(1 + \frac{2}{n} - \frac{3}{n^2} \right)}{n^2 \left(\frac{2}{n} - 3 \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2}{n} - \frac{3}{n^2}}{\frac{2}{n} - 3} = \frac{-1}{3}$$

Відповідь. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n - 3}{n(2 - 3n)} = \frac{-1}{3}$

Приклад 4.

Знайти границю функції $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$

Розв'язок.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \sin 2x}{2 \cdot 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \sin 2x}{3 \cdot 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{3} = \frac{2}{3}.$$

Відповідь. $\frac{2}{3}.$

Приклад 5.

Знайти за означенням похідну від функції $y = \sqrt{x}$.

Розв'язок.

1) надаємо значенню x довільного приросту Δx і знаходимо відповідний приріст функції $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$;

$$\Delta y : \Delta y = \sqrt{x + \Delta x} - \sqrt{x}.$$

2) знаходимо відношення $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$;

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sqrt{x + \Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x}$$

3) знаходимо границю відношення:

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + \Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta x (\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x})} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Відповідь. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$

Приклад 6.

Знайти похідну складної функції $y'(x)$: $y = \arcsin \frac{2}{x}.$

Розв'язок.

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}} \cdot \left(-\frac{2}{x^2} \right) = -\frac{2}{x^2 \sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}}.$$

$$y' = -\frac{2}{x^2 \sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}}.$$

Відповідь.

Приклад 7.

Знайти похідну y'_x , якщо $\begin{cases} y = 2 \sin t \\ x = 5 \cos t \end{cases}$

Розв'язок.

Знайдемо похідні y'_t та x'_t

$$y'_t = 2 \cos t$$

$$x'_t = -5 \sin t$$

$$\text{Тоді } y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{2 \cos t}{-5 \sin t} = -\frac{2}{5} \operatorname{ctgt}$$

Відповідь. $y'_x = -\frac{2}{5} \operatorname{ctgt}$

Приклад 8.

Скласти рівняння нормалі і рівняння дотичної до даної кривої в точці із

абсцисою x_0 : $y=f(x)=\frac{1}{2x+3}$, $x_0=2$.

Розв'язок.

1. Рівняння дотичної: $y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$;

Маємо: $f(x_0)=\frac{1}{2\cdot 2+3}=\frac{1}{4+2}=\frac{1}{6}$;

$$f'(x)=\frac{0\cdot(2x+3)-1\cdot 2}{(2x+3)^2}=-\frac{2}{(2x+3)^2}; \quad f'(x_0)=-\frac{2}{(2\cdot 2+3)^2}=-\frac{2}{7^2}=-\frac{2}{49};$$

$$\text{отже: } y-\frac{1}{6}=\left(-\frac{2}{49}\right)\cdot(x-2); \quad y=\frac{1}{6}-\frac{2\cdot x}{49}+\frac{4}{49}; \quad y=\frac{49-12\cdot x+24}{294};$$

$$y=\frac{73-12x}{294}; \quad \text{— рівняння дотичної.}$$

Тоді в загальному випадку рівняння дотичної матиме вигляд:
 $294y+12x-73=0$.

2. Рівняння нормалі: $y-f(x_0)=-\frac{1}{f'(x_0)}\cdot(x-x_0)$.

Маємо: $f(x_0)=\frac{1}{6}$;

$$f'(x)=-\frac{2}{(2x+3)^2}; \quad f'(x_0)=-\frac{2}{49};$$

$$\text{тоді: } y-\frac{1}{6}=\frac{1}{\left(-\frac{2}{49}\right)}\cdot(x-2); \quad y=\frac{1}{6}-\frac{49x}{2}+\frac{98}{2}; \quad y=\frac{1+147x-294}{6};$$

$$6y-1+294-147x=0;$$

$$6y-147x+293=0 \quad \text{— загальне рівняння нормалі.}$$

Відповідь. рівняння дотичної: $294y+12x-73=0$,

рівняння нормалі: $6y-147x+293=0$.

Приклад 9.

Знайти $\frac{d^n y}{dx^n}$, якщо $x = \ln t$, $y = t^3$.

Розв'язок.

Маємо:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(t^3)'}{(\ln t)'} = 3t^3;$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = (3t^3)'_{\ln t} \cdot \frac{1}{(\ln t)'} = 9t^3 = 3^2 t^3;$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = (9t^3)'_{\ln t} \cdot \frac{1}{(\ln t)'} = 27t^3 = 3^3 t^3;$$

...

$$\frac{d^n y}{dx^n} = 3^n t^3.$$

Відповідь. $\frac{d^n y}{dx^n} = 3^n t^3$

Приклад 10.

Провести повне дослідження функції і побудувати її графік: $y = \frac{x-2}{(x+1)^2}$

Розв'язок.

1) **Область визначення функції** ОДЗ: $x \neq -1$, отже $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

2) **Нулі функції:**

$$\text{при } x=0: y = \frac{0-2}{(0+1)^2} = \frac{-2}{1} = -2.$$

$$\text{при } y=0: 0 = \frac{x-2}{(x+1)^2} \text{ при } x=2$$

Графік заданої функції перетинає вісь ординат в точці $(0; -2)$ та вісь абсцис в точці $(2; 0)$.

3) **Дослідження на парність:**

$$y(-x) = \frac{-x-2}{(-x+1)^2} = \frac{-x+2}{(-x+1)^2}$$

$$y(-x) \neq y(x) \neq -y(x)$$

функція є ні парною, ні непарною і точно неперіодична.

4) Критичні точки функції:

Похідна заданої функції рівна:

$$y' = \frac{(x-2)'(x+1)^2 - ((x+1)^2)'(x-2)}{(x+1)^4} = \frac{(x+1)^2 - 2(x+1)(x-2)}{(x+1)^4} = \frac{(x+1) - 2(x-2)}{(x+1)^3} = \frac{x+1-2x+4}{(x+1)^3} = \frac{5-x}{(x+1)^3}$$

Прирівнюємо похідну до нуля

$$y' = 0$$
$$\frac{5-x}{(x+1)^3} = 0$$
$$x=5, x \neq -1$$

та після розв'язання рівняння визначаємо ординати критичних точок

$$x=5, x=-1$$

5) Інтервали зростання та спадання, точки *max* і *min* функції:

Для зручності записуємо значення точок та поведінку функції в таблицю:

x	$(-\infty; -1)$	-1	$\textcolor{red}{\downarrow}$	5	$\textcolor{red}{\downarrow}$
y'	$-$	Не існує	$+$	0	$-$
y	спадає	Не існує	зростає	$\frac{1}{12}$	спадає

$y_{\max} = y(5) = \frac{1}{12}$ - локальний максимум функції.

локальний мінімум функції не існує.

6) Точки перегину

Шукаємо другу похідну функції, прирівнюємо її до нуля.

З рівності нулю знаходимо точки підозрілі на перегин та досліджуємо знак другої похідної справа та зліва.

$$y'' = \frac{-(x+1)^3 - 3(x+1)^2(5-x)}{(x+1)^6} = \frac{-x-1-15+3x}{(x+1)^4} = \frac{2x-16}{(x+1)^4}$$
$$y'' = 0$$
$$\frac{2x-16}{(x+1)^4} = 0$$
$$2x-16=0, x=8, \quad x \neq -1$$

Маємо дві стаціонарні точки другої похідної, які розділяють область визначення функції на три інтервали:

$(-\infty; -1), y''(-2) < 0$ функція опукла

$(-1; 8), y''(0) < 0$ функція опукла

$(8; +\infty), y''(10) > 0$ функція увігнута

Перевіряємо, чи будуть у стаціонарних точках точки перегину.

Точка $x=8$ – належить області визначення функції, і крім того, друга похідна змінює знак при переході через цю точку. Тому в точці $x=8$ – маємо точку перегину.

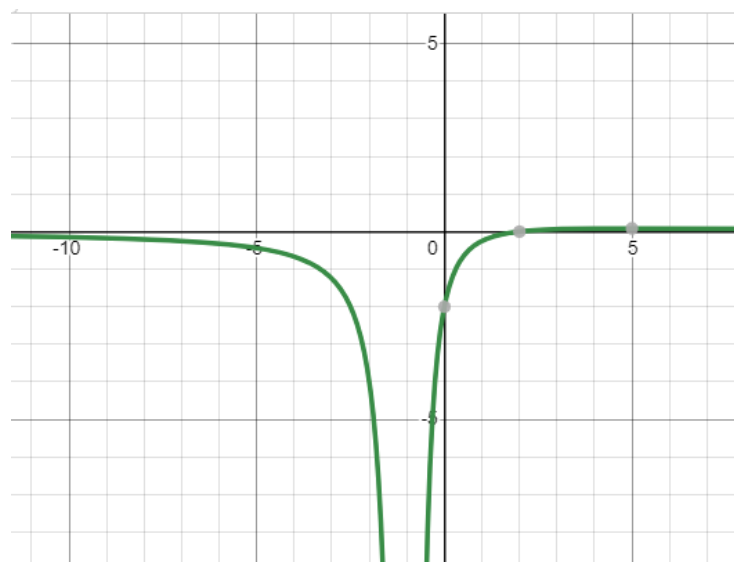
$$y(8) = \frac{2}{27}$$

Координати точки перегину $\left(8; \frac{2}{27}\right)$

Точка $x=-1$ не належить області визначення функції.

7) **Асимптоту графік заданої функції має в точці $x=-1$** (вертикальна асимптота)

8) Відповідно до проведеного дослідження виконуємо побудову графіка функції.



ЗАВДАННЯ ДЛЯ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ ТА САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання 1.

Записати загальний член послідовності

1.	$1; 4; 7; 10; 13; \dots$	11.	$0; \frac{1}{5}; \frac{2}{7}; \frac{3}{9}; \dots$
2.	$\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \dots$	12.	$0; 3; 8; 15; 24; \dots$
3.	$2^2; 3^2; 4^2; \dots$	13.	$1; \frac{3}{4}; \frac{4}{6}; \frac{5}{8}; \frac{6}{10}; \dots$
4.	$3^3; 3^5; 3^7; 3^9; \dots$	14.	$\frac{1}{2}; \frac{1}{5}; \frac{1}{10}; \frac{1}{17}; \dots$
5.	$a^{-1}; a^0; a^1; a^2; \dots$	15.	$\frac{2}{2}; \frac{4}{5}; \frac{6}{8}; \frac{8}{11}; \frac{10}{14}; \dots$
6.	$\frac{2}{1}; \frac{3}{2}; \frac{4}{6}; \frac{5}{24}; \dots$	16.	$\frac{2}{4}; \frac{3}{5}; \frac{4}{6}; \frac{5}{7}; \frac{6}{8}; \dots$
7.	$\frac{1}{2}; \frac{8}{6}; \frac{27}{12}; \frac{64}{120}; \dots$	17.	$\frac{2}{1}; \frac{4}{4}; \frac{6}{9}; \frac{8}{16}; \frac{10}{25}; \dots$
8.	$0; \frac{1}{4}; \frac{2}{9}; \frac{3}{16}; \dots$	18.	$\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \frac{1}{32}; \dots$
9.	$\frac{5}{4}; \frac{7}{8}; \frac{9}{12}; \frac{11}{16}; \frac{13}{20}; \dots$	19.	$\frac{1}{2}; \frac{1}{5}; \frac{1}{8}; \frac{1}{11}; \frac{1}{14}; \dots$
10.	$3; 8; 13; 18; 23; \dots$	20.	$\frac{6}{1}; \frac{12}{2}; \frac{20}{3}; \frac{30}{4}; \dots$

Завдання 2.

Записати перші 5 членів послідовності

1.	$\frac{(n-1)(n+2)}{n^2}$	11.	$\frac{3n-1}{4n+2}$
2.	$\frac{n^3}{n(n+1)}$	12.	$(2n-1)\cos n$
3.	3^{2n+1}	13.	$3 - \frac{1}{n}$
4.	$\frac{2n-3}{4n}$	14.	$5^n - 2^{n-1}$
5.	$\frac{1}{2^n}$	15.	$n 2^{\frac{1}{n}}$

6.	$\frac{n+1}{n+3}$	16.	$\frac{(n+2)n}{n^2}$
7.	$\frac{n+1}{n!}$	17.	$\frac{2n-1}{3n+1}$
8.	a^{n-2}	18.	$\frac{n(n+3)}{n+4}$
9.	$\frac{n-1}{2n+1}$	19.	$5n-2$
10.	$\frac{1}{n^2-1}$	20.	e^{n+2}

Завдання 3.

Знайти границю числової послідовності

1.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2-5}-n$	11.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7+3n-n^2}{n(n+2)}$
2.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n+3}+3^{n+2}}{4^{n+2}+7}$	12.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3+3n}{n-5+n^3}$
3.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-2}{4n+7} \right)^5$	13.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)^3+3n+7}{n^3-1}$
4.	$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin 3n}{2x}$	14.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n+5} \right)^{5n+1}$
5.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+3n+4}{n(2-5n)}$	15.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+3}{(2-n)(n+3)}$
6.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-3)^3+3n}{n(n+1)(2-5n)}$	16.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+4}{n(n-1)}$
7.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n+3} \right)^3$	17.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n}{n+1} \right)^n$
8.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3-n}{4n-1} \right)^2$	18.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+3n+4}{n(2-5n)}$
9.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+6} \right)^4$	19.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12n^2+4n+5}{3n^2}$
10.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n+4} \right)^2$	20.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{n+2} \right)^2$

Завдання 4.

Знайти границю функції

1.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}$	11.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\sin 3x}$
2.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{x} \right)^{1+x}$	12.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x^3 - 1}{\sin^6 2x}$
3.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} 4x}{x} \right)^{2+x}$	13.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$
4.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\ln x}$	14.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{x}$
5.	$\lim_{n \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$	15.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 2\pi x}$
6.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^x$	16.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2}$
7.	$\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e}$	17.	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h}$
8.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}$	18.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$
9.	$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\cos ex}$	19.	$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2 \sqrt{x})^{\frac{1}{2x}}$
10.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+a) - \ln a}{x}$	20.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2\sin 3x} - \sqrt{1-4\sin 5x}}{\sin 6x}$

Завдання 5.

Знайти за означенням похідну від функції

1.	$f(x) = \frac{1}{x^2}$	11.	$f(x) = x^3 - 2x$
2.	$f(x) = \sqrt{2+x}$	12.	$f(x) = \sqrt{x}$
3.	$f(x) = x - 3x^2$	13.	$f(x) = \operatorname{tg} 3x$
4.	$f(x) = \sin x$	14.	$f(x) = \sqrt{x+1}$
5.	$f(x) = \cos 2x$	15.	$f(x) = \ln(x+1)$
6.	$f(x) = 2^{3x}$	16.	$f(x) = e^{x+1}$
7.	$f(x) = x^4 + 1$	17.	$f(x) = a^x$
8.	$f(x) = \frac{3}{x}$	18.	$f(x) = \sin 2x$

9.	$f(x) = \frac{x+1}{4}$	19.	$f(x) = \cos x$
10.	$f(x) = \operatorname{ctg} x$	20.	$f(x) = x^2 - 2^x$

Завдання 6.

Знайти похідну складної функції $y'(x)$:

1.	$y = (2x+3)^5$	11.	$y = \sqrt{3 - \cos x}$
2.	$y = \cos(3x-1)$	12.	$y = \cos^2 x$
3.	$y = \ln x^2$	13.	$y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
4.	$y = \sqrt[3]{1-x^2}$	14.	$y = \sin \frac{x}{3}$
5.	$y = \operatorname{tg}(\sin x + x^2)$	15.	$y = \arcsin 2x$
6.	$y = \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$	16.	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x}}$
7.	$y = \sin^3 x$	17.	$y = \sqrt[4]{1-2x}$
8.	$y = e^{6x}$	18.	$y = \ln^2 x$
9.	$y = a^{2x+1}$	19.	$y = x^2 + 3x + 5$
10.	$y = \frac{\sin x}{2 \cos x}$	20.	$y = \sqrt[3]{\sin 3x}$

Завдання 7.

Знайти похідну y'_x , якщо

1.	$\begin{cases} y = \cos t \\ x = \sin t \end{cases}$	11.	$\begin{cases} y = \sqrt{t} \\ x = t + 3t^4 \end{cases}$
2.	$\begin{cases} y = \operatorname{tg} t \\ x = \sin 2t \end{cases}$	12.	$\begin{cases} y = 5^{3t} \\ x = 3^{2t} \end{cases}$
3.	$\begin{cases} y = t - t^2 \\ x = t \sin t \end{cases}$	13.	$\begin{cases} y = \cos 3t \\ x = -2 \sin t \end{cases}$
4.	$\begin{cases} y = t^3 + 2t^2 + 6 \\ x = 3(t - 5t^2) \end{cases}$	14.	$\begin{cases} y = \cos(t+1) \\ x = e t^3 \end{cases}$
5.	$\begin{cases} y = \cos t \\ x = \sin t \end{cases}$	15.	$\begin{cases} y = \cos 4t \\ x = \sin 2t \end{cases}$

6.	$\begin{cases} y = \frac{t+1}{t^2-1} \\ x = 5t \end{cases}$	16.	$\begin{cases} y = \sin t \cdot \cos t \\ x = \sin t \end{cases}$
7.	$\begin{cases} y = \cos(t^2+1) \\ x = \arcsin t \end{cases}$	17.	$\begin{cases} y = 3t \cos t \\ x = \sin 5t \end{cases}$
8.	$\begin{cases} y = \cos t \\ x = \sin t \end{cases}$	18.	$\begin{cases} y = \frac{2t+1}{t^2+2} \\ x = 5t-1 \end{cases}$
9.	$\begin{cases} y = e^{t+5} \\ x = e^{2t+3} \end{cases}$	19.	$\begin{cases} y = \frac{t}{t^2+3} \\ x = 5-t \end{cases}$
10.	$\begin{cases} y = \sqrt{t-4} \\ x = \ln t \end{cases}$	20.	$\begin{cases} y = \frac{1}{t^2-4} \\ x = \operatorname{ctg} t \end{cases}$

Завдання 8.

Скласти рівняння нормалі і рівняння дотичної до даної кривої в точці із абсцисою $x_0=2$:

1.	$y = x^3 + 3x^2$	11.	$f(x) = \frac{2}{x^3}$
2.	$y = x^{\frac{2}{3}}$	12.	$f(x) = \ln 6x$
3.	$y = \sqrt[3]{x}$	13.	$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 7x - 4$
4.	$y = x^3$	14.	$f(x) = \frac{2}{3x^2}$
5.	$y = \log_2 x$	15.	$f(x) = \frac{3}{x^4}$
6.	$y = \sqrt[6]{x+9}$	16.	$f(x) = x^5 + x$
7.	$y = \sqrt{x}$	17.	$f(x) = \frac{1}{x^7}$
8.	$y = -x^2$	18.	$f(x) = \frac{1}{x^6}$

9.	$y = \sqrt{x-2}$	19.	$f(x) = x^6 - x$
10.	$y = e^{2x}$	20.	$f(x) = 5x^2 - x + \frac{1}{3}$

Завдання 9.

Знайти $\frac{d^n y}{dx^n}$, якщо

1.	$\begin{cases} y = \cos t \\ x = \sin t \end{cases}$	11.	$\begin{cases} y = \sqrt{t} \\ x = 3t^4 \end{cases}$
2.	$\begin{cases} y = \operatorname{tg} t \\ x = \sin 2t \end{cases}$	12.	$\begin{cases} y = 5^t \\ x = 3^t \end{cases}$
3.	$\begin{cases} y = t \\ x = \sin t \end{cases}$	13.	$\begin{cases} y = \cos 3t \\ x = -2 \sin t \end{cases}$
4.	$\begin{cases} y = t^3 + 2 \\ x = 3t \end{cases}$	14.	$\begin{cases} y = \cos t \\ x = t^3 \end{cases}$
5.	$\begin{cases} y = \cos 2t \\ x = \sin t \end{cases}$	15.	$\begin{cases} y = 4t \\ x = \sin 2t \end{cases}$
6.	$\begin{cases} y = \frac{t+1}{t^2} \\ x = 5t \end{cases}$	16.	$\begin{cases} y = 3t \\ x = 5t+1 \end{cases}$
7.	$\begin{cases} y = \cos(t^2) \\ x = \arcsin t \end{cases}$	17.	$\begin{cases} y = 3t \\ x = \sin 5t \end{cases}$
8.	$\begin{cases} y = \cos t \\ x = \sin 3t \end{cases}$	18.	$\begin{cases} y = \frac{2t}{t^2} \\ x = 5t \end{cases}$
9.	$\begin{cases} y = e^t \\ x = e^{2t} \end{cases}$	19.	$\begin{cases} y = \frac{t}{t^2+3} \\ x = -t \end{cases}$
10.	$\begin{cases} y = \sqrt{t-4} \\ x = \ln t \end{cases}$	20.	$\begin{cases} y = \frac{1}{t^2-4} \\ x = 2t \end{cases}$

Завдання 10.

Провести повне дослідження функції і побудувати її графік:

1.	$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 7x - 4$	11.	$f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x + 8$
2.	$f(x) = \frac{3}{x^4}$	12.	$f(x) = \frac{4x}{x^2 + 4}$
3.	$f(x) = 16x - 3x^2$	13.	$f(x) = xe^{-2x}$
4.	$f(x) = x^5 + x$	14.	$f(x) = \frac{3}{x^4}$
5.	$f(x) = \sqrt{4 - 2x^2}$	15.	$f(x) = x^5 + x$
6.	$f(x) = \frac{\sqrt{6 - x^2}}{3}$	16.	$f(x) = \frac{1}{x^7}$
7.	$f(x) = \frac{x - 4}{x^2}$	17.	$f(x) = \frac{1}{x^6}$
8.	$f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1}$	18.	$f(x) = x^6 - x$
9.	$f(x) = \frac{\arcsin(x - 1)}{2}$	19.	$f(x) = \sqrt[3]{x}$
10.	$f(x) = x^2 - 2x + 8$	20.	$f(x) = x^3$

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Графіку якої з наведених функцій належить точка A(8;2)?

- a) $y = x^{\frac{2}{3}}$;
- b) $y = \sqrt[3]{x}$;
- c) $y = x^3$;
- d) $y = \log_2 x$.

2. Знайдіть похідну функції $f(x) = x^6 - x$.

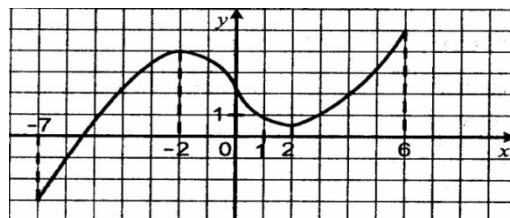
- a) $f'(x) = 6x^5 - 1$;
- b) $f'(x) = 6x^5$;
- c) $f'(x) = 6x^5 - x$;
- d) $f'(x) = \frac{x^7}{7} - 1$;

3. Знайдіть похідну функції $y = e^{2x}$

- a) $y' = 2x e^{2-1x}$;
- b) $y' = \frac{1}{2} e^{2x}$;
- c) $y' = e^{2x}$;
- d) $y' = 2 e^{2x}$.

4. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-7; 6]$.
Укажіть проміжки зростання даної функції.

- a) $[-7; -2]$ і $[2; 6]$;
- b) $[-2; 2]$;
- c) $[-3; 5]$;
- d) $[-5, 5; -2]$ і $[2; 6]$;



5. Знайдіть похідну функції $y = x \cdot \ln x$

- a) $y' = 1$;
- b) $y' = x + 1$;

- c) $y' = \ln x + 1$;
 d) $y' = \ln x + x$.

6. Знайдіть загальний вигляд первісної функції $f(x) = x - 4$.

- a) $x^2 - 4x + C$;
 b) $\frac{x^2}{2} - 4x + C$;
 c) $\frac{x^2}{2} - 4 + C$;
 d) $x^2 - 4 + C$.

7. Областю визначення якої з функцій є проміжок $[-9; \infty)$?

- a) $y = \sqrt[6]{x-9}$;
 b) $y = \sqrt[6]{x+9}$;
 c) $y = \sqrt[6]{9-x}$;
 d) $y = \sqrt[6]{-x-9}$.

8. Знайдіть похідну функції $f(x) = \frac{2}{x^3}$.

- a) $f'(x) = \frac{2}{3x^2}$;
 b) $f'(x) = -\frac{6}{x^2}$;
 c) $f'(x) = \frac{2}{3x^4}$;
 d) $f'(x) = -\frac{6}{x^4}$.

9. Яка з наведених функцій є первісною функції $f(x) = e^{-2x}$?

- a) $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x}$;
 b) $F(x) = e^{-2x}$;
 c) $F(x) = -2e^{-2x}$;
 d) $F(x) = e^{-3x}$.

10. Чому дорівнює $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$?

- a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$;

- b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$;
 c) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$;
 d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

11. Знайдіть похідну від функції $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$.

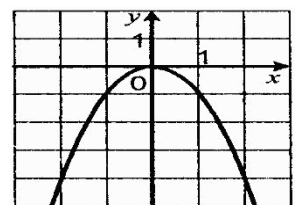
- a) $f'(x) = -\frac{7}{(x+3)^2}$;
 b) $f'(x) = -\frac{5}{(x+3)^2}$;
 c) $f'(x) = \frac{7}{(x+3)^2}$;
 d) $f'(x) = \frac{5}{(x+3)^2}$.

12. Яка з наведених функцій є первісною функції $f(x) = e^{\frac{x}{2}}$?

- a) $F(x) = 2e^{\frac{x}{2}}$;
 b) $F(x) = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}$;
 c) $F(x) = e^{\frac{x}{2}}$;
 d) $F(x) = 2e^{\frac{x+1}{2}}$.

13. Графік якої функції зображено на рисунку?

- a) $y = x^2$;
 b) $y = \sqrt{x}$;
 c) $y = -x^2$;
 d) $y = -\sqrt{x}$.



14. Областю визначення якої з функцій є проміжок $(-\infty; 2)$?

- a) $y = \lg(2-x)$;
 b) $y = \lg(x-2)$;
 c) $y = \sqrt{x-2}$;
 d) $y = \sqrt{2-x}$.

15. Знайдіть похідну функції $f(x) = \ln 6x$.

- a) $f'(x) = \frac{1}{x}$
- b) $f'(x) = \frac{1}{6x}$
- c) $f'(x) = x^{-1}$
- d) $f'(x) = \frac{x}{6}$

16. Знайдіть похідну функції $f(x) = \frac{3}{x^4}$.

- a) $f'(x) = -\frac{12}{x^5}$
- b) $f'(x) = -\frac{12}{x^3}$
- c) $f'(x) = -12x^{-5}$
- d) $f'(x) = \frac{3}{4x^5}$

17. Для позначення похідної використовують запис:

- a) $f'(x)$
- b) dx
- c) y'
- d) $f(x)$

18.3 правил знаходження похідної впливають правила знаходження диференціала. Якщо функції $u(x)$, $v(x)$ - диференційовні в точці x , то:

- a) $d(u+v) = du + dv$
- b) $d(u \cdot v) = v \cdot du + u \cdot dv$
- c) dx
- d) $f'(x) = x^{-1}$

19. Правило Лопітала можна використовувати при знаходженні границь для розкриття невизначеностей

- a) $\frac{0}{0}$
- b) $\frac{\infty}{\infty}$
- c) $\frac{0}{1}$

d) dx

20. До загальної схеми дослідження функції і побудови її графіка належить:

- a) Знаходження області визначення функції, інтервалів неперервності і точок розриву, вивчення особливостей.
- b) Знаходження критичних точок, інтервалів монотонності, екстремумів.
- c) Знаходження інтегралів.
- d) Побудова діаграми.

21. До загальної схеми дослідження функції і побудови її графіка належить:

- a) Знаходження точок перегину функції, інтервалів напряду опуклості.
- b) Знаходження вертикальних і похилих асимптот графіка функції.
- c) Знаходження середньої швидкості руху матеріальної точки.
- d) Побудова графіка функції.

22. Установіть відповідність між функцією $f(x)$ та похідною $f'(x)$ у точці $x_0=1$

1.	$f(x) = \ln 6x$	a)	-12
2.	$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 7x - 4$	b)	1
3.	$f(x) = \frac{2}{x^3}$	c)	-6
4.	$f(x) = \frac{3}{x^4}$	d)	8

23. Установіть відповідність між функцією $f(x)$ та похідною $f'(x)$ у точці $x_0=1$

1.	$f(x) = x^5 + x$	a)	-6
2.	$f(x) = \frac{1}{x^7}$	b)	6
3.	$f(x) = \frac{1}{x^6}$	c)	5
4.	$f(x) = x^6 - x$	d)	-7

24. Установіть відповідність між функцією $f(x)$ та похідною $f'(x)$ у точці $x_0=0$

1.	$f(x)=x^6-x$	a)	-4
2.	$y=e^{2x}$	b)	не існує
3.	$f(x)=\frac{2}{x^3}$	c)	2
4.	$y=4x-3$	d)	-1

25. Установіть відповідність між функцією $f(x)$ та похідною $f'(x)$ у точці $x_0=0$

1.	$f(x)=\frac{1}{2}x^2+7x-4$	a)	1
2.	$f(x)=\frac{3}{x^4}$	b)	7
3.	$f(x)=16x^7-3x^2$	c)	не існує
4.	$f(x)=x^5+x$	d)	0

26. Множина, яка містить скінченну кількість елементів, називається _____.

27. Множина $Q=\{p/q, p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}\}$ називається множиною _____ чисел

28. Множина, яка позначається символом $\emptyset$, називається _____.

29. Проміжок $[a,b]$ називається _____.

30. Символьний запис $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ називається _____ послідовності.

31. _____ f називається неперервною на множині X , якщо вона неперервна в кожній точці цієї множини.

32. _____ функції в точці x позначається символом $f'(x)$.

33. Операція знаходження _____ від функції $f(x)$ називається диференціюванням цієї функції.

34. Диференціал наближено дорівнює приросту функції і пропорційний приросту _____.

35. Якщо функція $y = f(x)$ має похідну $f'(x_0)$ в точці x_0 , то вираз $f'(x_0) \cdot \Delta x$ називається _____.

ШКАЛА ОЦІНЮВАННЯ: НАЦІОНАЛЬНА ТА ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	A	відмінно	зараховано
82-89	B	добре	
74-81	C		
64-73	D	задовільно	
60-63	E		
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	F	незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов’язковим повторним вивченням дисципліни

ЛІТЕРАТУРА

Базова

1. Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., Михалін Г.О., Шкіль М.І.
2. Математичний аналіз у задачах і прикладах: У 2 ч. Ч.2: Навч. посібник для студ. вищ. пед. навч. закладів, Ч.2 .-К.: Вища школа, 2003 .-470с.-966-642-053-4 .-33.60; 25.00; 17.20 Шифр: 22.161я73
3. Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., Михалін Г.О., Шкіль М.І. Математичний аналіз у задачах і прикладах: У 2 ч. Ч.1: Навч. посібник для студ. вищ. пед. навч. закладів, Ч.1 .-К.: Вища школа, 2002 .-462с.-966-642-034-1 .-33.60; 25.00; 30.00; 9.10 Шифр: 22.161я73
4. Івченко І.Ю. Математичне програмування: Навч. посібник для студ. вищ. навч. закладів .-К.: ЦУЛ, 2007 .-232с.-978-966-364-491-2; Бібліогр.: С.230-231. Рек.: МОН України .-42.00
5. Кучма М.І. Математичне програмування: Приклади і задачі: Навч. посібник для студ. вищ. навч. закладів .-Л.: Новий Світ, 2006 .-342с.-Вища освіта в Україні .-966-7827-98-4; С.338-339. Рек.: МОН України .-47.00
6. Михайленко В.М., Федоренко Н.Д. Математичний аналіз для економістів: Навч. посібник для студ. вищ. навч. закладів .-2-ге вид.-К.: Видавництво Європейського університету, 2002 .-298с.-"Європейський університет" .-966-7508-13-7. Рек.: МОН України .-10.20
7. Радченко О.М. Математичний аналіз: В 2 ч.: Навч. посібник для студ. вищ. навч. закладів, Ч.1: Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної .-К.: ТВіМС, 1999 .-152с.-966-95703-0-1 .-17.20; 10.10; 9.10
8. Радченко О.М. Математичний аналіз: В 2 ч.: Навч. посібник для студ. вищ. навч. закладів, Ч.2: Ряди та інтеграли з параметром функції декількох змінних .-К.: ТВіМС, 2000 .-222с.-966-95703-1-X .-9.10
9. Бубняк Т.І. Вища математика: Навч. посібник для студ. вищ. навч. закладів .-Л.: Новий Світ-2000, 2007 .-436с.-966-7827-41-0; С.429-430 .-43.00
10. Дубовик В.П., Юрик І.І., Вовкодав І.П., Дев'ятко В.І., Клименко Р.К. Вища математика. Збірник задач: Навч. посібник для студ. техн. і технолог. спец. вищ. навч. закладів/Дубовик В.П., Юрик І.І., Вовкодав І.П., Дев'ятко В.І., Клименко Р.К., Крочук В.В., Мартиненко М.А., Микитюк Ю.І., Михайленко Ф.Ф., Нестеренко Н.В.; За ред.

В.П.Дубовика, І.І.Юрика .-К.:А.С.К.,2001 .-480с.-Університетська бібліотека .-966-539-321-9 .-20,20

11. Чубатюк В.М. Вища математика: Навч. посібник для студ. економ. спеціальностей навч. закл. 3 та 4 рівнів акредитації / МОН України. - К.: ВД "Професіонал", 2006. - 422 с. - 966-370-028-9; Бібліогр.: С. 422. Рек.: МОН України. - 50.60

Допоміжна:

1. Похідна та її застосування [Текст]: навчальний посібник / В. М. Кузнецов, Т. М. Бусарова, Т. А. Агошкова, І. В. Клименко, Н. В. Міхєєва; Дніпропетр. нац. ун-т залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпро, 2017. – 104 с.
2. Герасимчук, В.С. Вища математика. Повний курс вищої математики у прикладах і задачах [Текст] / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – Київ : Книги України ЛТД, 2009. – Ч. 1–3.
3. Тевяшев А.Д., Литвин О.Г., Кривошеєва Г.М. та ін. Вища математика у прикладах і задачах. Ч.2. Інтегральне числення функції однієї змінної. Диференціальне та інтегральне числення функції багатьох змінних. –Х.: ХНУРЕ, 2002. – 440с.
4. Тевяшев А.Д., Литвин О.Г. Вища математика у прикладах і задачах. Ч.1. Лінійна алгебра і аналітична геометрія. Диференціальне числення функції однієї змінної. –Х.: ХНУРЕ, 2004. – 588с.
5. Коновалюк В.С., Олешко Т.І., Петрусенко В.П. Вища математика. Модуль 3. Вступ до математичного аналізу: Навч. посібник/ За заг. ред. проф. Т.І.Олешко. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.–128 с.
6. Андрощук Л.В., Ковтун О.І., Олешко Т.І. Вища математика. Модуль 7. Ряди. Диференціальні рівняння: Навч. посібник/ За заг. ред.. проф.. Т.І.Олешко. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.–104 с.
7. Ластівка І.О., Левковська Т.А., Олешко Т.І. Вища математика. Модуль 4. Диференціальне числення функції однієї змінної: Навч. посібник/ За заг. ред. проф. Т.І.Олешко. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.–120 с.