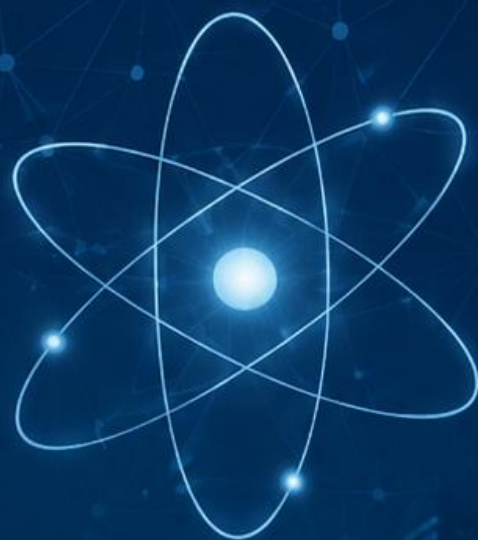


Ясінський А.М.
Соловей Л.Я.
Близнюк С.В.
Лотюк Ю.Г.



ФІЗИКА В ІТ ГАЛУЗІ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК



Рівне – 2026

**Приватний вищий навчальний заклад
«Міжнародний економіко-гуманітарний університет
імені академіка Степана Дем'янчука»
Факультет кібернетики
Кафедра математичного моделювання**

Ясінський А. М., Соловей Л. Я., Близнюк С. В., Лотюк Ю. Г.

Фізика в ІТ галузі

**Навчальний посібник
для здобувачів вищої освіти спеціальностей
Е2 «Інженерія програмного забезпечення» та
Е3 «Комп'ютерні науки»**

Рівне - 2026

*Затверджено Вченою радою Приватного вищого навчального закладу
«Міжнародний економіко-гуманітарний університет
імені академіка Степана Дем'янчука»
(протокол № 10 від 25 червня 2026 р.)*

Рецензенти:

Мащенко Володимир Андрійович - кандидат фізико-математичних наук, доктор технічних наук, доцент, доцент кафедри автоматизації, комп'ютерно-інтегрованих технологій та робототехніки Національного університету водного господарства та природокористування.

Малежик Петро Михайлович - кандидат фізико-математичних наук, доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри системного програмування і спеціалізованих комп'ютерних систем Київського політехнічного інституту імені Ігоря Сікорського

Заневський Ігор Пилипович - доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри інформатики та кінезіології Львівського державного університету фізичної культури імені Івана Боберського

Ф50 Ясінський А. М., Соловей Л. Я., Близнюк С. В., Лотюк Ю. Г.

Фізика в ІТ галузі : навчальний посібник для здобувачів вищої освіти спеціальностей F2 «Інженерія програмного забезпечення» та F3 «Комп'ютерні науки» / Ясінський А. М., Соловей Л. Я., Близнюк С. В., Лотюк Ю. Г.; ПВНЗ «Міжнародний економіко-гуманітарний університет імені академіка Степана Дем'янчука». Рівне, 2026. 289 с.

Навчальний посібник «Фізика в ІТ галузі» присвячено системному вивченню фундаментальних фізичних закономірностей та їх практичного застосування в інформаційних технологіях. Видання орієнтоване на формування у здобувачів освіти спеціальностей F2 «Інженерія програмного забезпечення» та F3 «Комп'ютерні науки» цілісного розуміння фізичних принципів функціонування сучасних комп'ютерних систем, електронних пристроїв, засобів передавання й оброблення інформації, сенсорних систем та технологій Інтернету речей.

Завдяки поєднанню теорії із практичним програмуванням у середовищі RStudio, посібник є цінним ресурсом для студентів, викладачів та широкого кола фахівців, що займаються числовим моделюванням, обробленням сигналів та аналізом даних в інженерії та ІТ-сферах.

© Ясінський А. М., 2026

© Соловей Л. Я., 2026

© Близнюк С. В., 2026

© Лотюк Ю. Г., 2026

© ПВНЗ «Міжнародний економіко-гуманітарний університет імені академіка Степана Дем'янчука», 2026

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	6
РОЗДІЛ 1. ОСНОВИ ФІЗИКИ ДЛЯ ІТ	7
1.1. Фізичні величини та одиниці (система SI)	7
1.1.1. Міжнародна система одиниць (SI)	7
1.1.2. Основні та похідні одиниці SI	8
1.1.3. Префікси SI та їх специфіка в ІТ	9
1.1.4. Роль SI в інформаційних технологіях	10
1.2. Методи вимірювання та похибки	11
1.2.1. Характеристики точності вимірювань	12
1.2.2. Методи оцінки похибок	13
Приклади задач для ІТ з використанням R	15
Інтегровані завдання до розділу 1	20
Контрольні питання до розділу 1	22
РОЗДІЛ 2. ЕЛЕКТРОСТАТИКА	24
2.1. Електричний заряд та електричне поле	24
2.2. Закон Кулона	24
2.3. Напруженість і потенціал електричного поля	25
2.4. Провідники та діелектрики	31
2.5. Електроємність відокремленого провідника	37
2.6. Конденсатори	38
Приклади розв'язування задач до розділу 2	40
Інтегровані задачі з розв'язками в RStudio	45
Інтегровані завдання до розділу 2	50
Контрольні питання до розділу 2	52
РОЗДІЛ 3. ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ	55
3.1. Постійний електричний струм	55
3.2. Робота і потужність струму	56
3.3. Закон Джоуля - Ленца	58
3.4. Носії струму в рідинах та газах	60
3.5. Контактні та термоелектричні явища в металах	62
3.6. Пасивні елементи: резистори, конденсатори, індуктивності	65
3.7. З'єднання елементів (послідовне, паралельне, комбіноване)	68
3.8. Закони Кірхгофа	69
Приклади розв'язування задач до розділу 3	71
Інтегровані задачі з розв'язками в RStudio	74
Інтегровані завдання до розділу 3	78
Контрольні питання до розділу 3	82
РОЗДІЛ 4. НАПІВПРОВІДНИКИ ТА ЕЛЕКТРОНІКА	84
4.1. Діоди та їх застосування	84
4.2. Основні типи діодів та їх застосування в ІТ	86
4.2.1. Випрямні діоди (Rectifier Diodes)	86
4.2.2. Діоди Шоттки (Schottky Diodes)	87
4.2.3. Світлодіоди (LED - Light Emitting Diodes)	87

4.2.4.Стабілітрони (Zener Diodes)	88
4.2.5.Фотодіоди (Photodiodes)	88
4.3.Транзистори (BJT, MOSFET) та їх застосування.....	89
4.3.1.Біполярні Транзистори (BJT - Bipolar Junction Transistor).....	89
4.3.2.Польові транзистори (MOSFET - Metal-Oxide-Semiconductor Field- Effect Transistor).....	91
4.3.3.Порівняння BJT та MOSFET	94
4.4.Підсилювачі сигналів: теоретичні основи та функціональне значення в ІТ- інфраструктурі	95
4.5.Основи інтегральних схем.....	101
4.5.1.Ступені інтеграції (Scale of Integration)	102
4.5.2.Логічні Сімейства: TTL та CMOS	104
4.5.3.Класифікація ІС за типом оброблюваного сигналу	105
4.5.4.Технологія виготовлення: фотолітографія та техпроцес	105
4.6.Мікроконтролери та їх фізична основа.....	106
4.7.Фізична основа периферійних пристроїв (Hardware Peripherals).....	109
4.7.1.Порти загального призначення GPIO (General Purpose Input/Output)	109
4.7.2.Аналого-цифровий перетворювач (АЦП) (ADC - Analog-to-Digital Converter).....	111
4.7.3.Цифро-аналоговий перетворювач ЦАП. (DAC - Digital-to-Analog Converter).....	111
4.7.4.Широтно-імпульсна модуляція (ШИМ). (PWM - Pulse Width Modulation)	112
4.7.5.Таймери та лічильники (Timers/Counters)	113
4.8.Комунікаційні інтерфейси (Physical Layer)	115
Приклади розв'язування задач в RStudio до розділу 4	116
Інтегровані завдання розділу 4	126
Контрольні питання до розділу 4.....	129
РОЗДІЛ 5. МАГНЕТИЗМ ТА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА.....	131
5.1.Магнітне поле та електромагнітна індукція.....	131
5.2.Магнітне поле деяких провідників із струмами	133
5.2.1.Циркуляція індукції магнітного поля.....	133
5.2.2.Прецесія електрона	139
5.3.Магнітне поле в магнетиках.....	139
5.4.Закон Фарадея й закон збереження енергії	142
5.5.Трансформатори	144
5.6.Електромагнітні коливання	146
5.7.Змінний струм.....	151
5.7.1.Основи теорії електромагнітного поля. Теорема Остроградського- Гауса	152
5.7.2.Рівняння Максвелла	153
5.8. Електромагнітні хвилі.....	154
Приклади розв'язування задач до розділу 5.	157

Інтегровані завдання до розділу 5	166
Контрольні питання до розділу 5.....	169
РОЗДІЛ 6. ОПТИКА ТА ФОТОНІКА В ІТ	173
6.1. Природа світла.....	173
6.2. Інтерференція та дифракція сигналів	186
6.3. Шум та спотворення сигналів.....	190
6.4. Поляризація світла та цифрові системи.....	194
6.5. Квантова природа світла та фізика лазерів.....	199
Приклади розв'язування задач до розділу 6.....	204
Інтегровані задачі до розділу 6.....	212
Контрольні питання до розділу 6.....	215
РОЗДІЛ 7. ФІЗИКА ВИМІРЮВАНЬ ТА СЕНСОРІВ	218
7.1. Аналогові та цифрові сигнали	218
7.2. Періодичні процеси.....	221
7.3. Перетворення сигналів.....	222
7.3.1. Основи перетворення Фур'є	224
7.3.2. Шум і фільтрація сигналів.....	225
7.4. Сенсори та камери.....	227
7.5. Датчики температури, тиску, світла.....	230
7.6. Перетворювачі сигналів (АЦП та ЦАП)	233
7.7. Інтерфейси підключення датчиків.....	235
7.8. Інтернет речей (IoT)	238
Приклади розв'язування завдань до розділу 7	240
Інтегровані завдання до розділу 7	243
Контрольні питання до розділу 7.....	247
РОЗДІЛ 8. ФІЗИКА КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ	250
8.1. Як працює комп'ютер на фізичному рівні.....	250
8.2. Логічні елементи та транзисторна база.....	252
8.3. Послідовнісні пристрої та фізика "пам'яті"	256
8.3.1. Сучасна елементна база та проектування.....	257
8.3.2. Мови опису апаратури (HDL): від коду до фізичної схеми.....	259
8.4. Пам'ять (RAM, Flash).....	261
8.5. Процесори та їх фізична реалізація	264
8.6. Майбутнє комп'ютерних систем: Фотоніка та нові парадигми	267
8.6.1. Кремнієва фотоніка (Silicon Photonics)	268
8.6.2. Оптичні інтерконекти (Optical Interconnects)	270
8.6.3. Квантові системи.....	272
8.6.4. Енергоспоживання та тепловиділення	273
Приклади розв'язування задач до розділу 8	275
Інтегровані завдання до розділу 8	279
Контрольні питання до розділу 8.....	283
ЛІТЕРАТУРА.....	286

ПЕРЕДМОВА

Навчальний посібник «Фізика в ІТ галузі» підготовлено для здобувачів вищої освіти спеціальностей F2 «Інженерія програмного забезпечення» та F3 «Комп'ютерні науки». Його зміст орієнтовано на формування системних знань про фізичні основи процесів і явищ, що визначають принципи функціонування сучасних комп'ютерних, телекомунікаційних та вбудованих систем.

Посібник висвітлює вибрані розділи фізики з урахуванням їх прикладного значення для ІТ-галузі. Особливу увагу приділено електриці та магнетизму, основам електроніки, напівпровідниковим технологіям, електромагнітним процесам, а також фізичним засадам передачі та захисту інформації. Матеріал структуровано таким чином, щоб поєднати фундаментальні теоретичні положення з практичними аспектами їх використання у програмній інженерії, розробці пристроїв Інтернету речей та комп'ютерних системах.

У посібнику подано теоретичний матеріал, приклади розв'язування задач, питання для самоконтролю, практичні та лабораторні завдання, що сприяють розвитку аналітичного мислення, навичок розрахунку та моделювання фізичних процесів. Окремий акцент зроблено на застосуванні фізичних моделей у програмних середовищах і технічних системах.

Вивчення дисципліни дозволяє сформувати базові природничо-наукові компетентності, необхідні для подальшого опанування професійно-орієнтованих дисциплін, а також для ефективної діяльності в галузі інформаційних технологій. Посібник може бути використаний як для аудиторної роботи, так і для самостійного опрацювання матеріалу.

Автори сподіваються, що запропоноване видання сприятиме глибшому розумінню фізичних основ сучасних цифрових технологій та стане надійною теоретичною базою для підготовки конкурентоспроможних фахівців у сфері ІТ.

РОЗДІЛ 1. ОСНОВИ ФІЗИКИ ДЛЯ ІТ

Фізика описує явища природи через математичні моделі та вимірювані величини, що є необхідною умовою для розробки апаратного забезпечення, мереж та систем зберігання даних. Будь-яка ІТ-інновація – від енергоефективного алгоритму до квантового процесора – базується на законах фізики. Для фахівців у галузі інформаційних технологій (ІТ) глибоке розуміння фізичних принципів є важливим, оскільки сучасні обчислювальні системи, комп'ютерні мережі, мікроелектроніка та системи зберігання даних базуються на законах фізики. Від розуміння процесів передачі сигналів до розробки енергоефективних алгоритмів – фізика формує базис для інновацій в ІТ.

1.1. Фізичні величини та одиниці (система SI)

Фізична величина – це кількісна характеристика фізичного тіла, процесу або явища, яку можна виміряти експериментальним шляхом і виразити у вигляді певного числа та відповідної одиниці вимірювання. Кожна фізична величина складається з двох невід'ємних компонентів: числового значення та одиниці вимірювання. Наприклад, якщо тактова частота процесора становить 3,5 ГГц, то "3,5" є числовим значенням, а "ГГц" (гігагерц) – одиницею вимірювання.

1.1.1. Міжнародна система одиниць (SI)

Для забезпечення єдності вимірювань у всьому світі використовується Міжнародна система одиниць (SI, від фр. *Système International d'Unités*). Вона була прийнята у 1960 році та є сучасним варіантом метричної системи. Використання єдиної системи одиниць є актуальним для науки, техніки та ІТ-індустрії, оскільки це гарантує сумісність апаратного забезпечення, точність інженерних розрахунків та однозначність інтерпретації даних.

У 2019 році відбулася історична ревізія системи SI. Згідно з новими правилами, всі базові одиниці тепер визначаються через фіксовані значення фундаментальних фізичних констант (таких як швидкість світла, стала Планка, елементарний електричний заряд тощо). Це дозволило відмовитися від матеріальних еталонів (наприклад, платино-іридієвого еталона кілограма) і зробити систему абсолютно стабільною та незалежною від часу чи місця вимірювання.

1.1.2. Основні та похідні одиниці SI

Система SI базується на семи основних (базових) фізичних величинах, які вважаються незалежними одна від одної. З цих одиниць утворюються похідні одиниці (наприклад, ньютон, джоуль, паскаль).

Таблиця 1.1.

Основні та похідні одиниці SI

Фізична величина	Одиниця вимірювання	Позначення (укр. / міжнар.)
Довжина	метр	м / m
Маса	кілограм	кг / kg
Час	секунда	с / s
Сила електричного струму	ампер	A / A
Термодинамічна температура	кельвін	K / K
Кількість речовини	моль	моль / mol
Сила світла	кандела	кд / cd

Похідні одиниці утворюються за допомогою алгебраїчних операцій (множення та ділення) над основними одиницями. У професійній діяльності IT-спеціаліста найчастіше зустрічаються такі похідні величини:

- Частота (Герц, Гц) визначає кількість циклів за секунду (1/с). Це основа для вимірювання швидкості роботи процесорів та частоти оновлення дисплеїв.
- Електрична напруга (вольт - В, V) = $[\text{кг} \cdot \text{м}^2 / (\text{с}^3 \cdot \text{А})]$. Визначає різницю потенціалів у блоках живлення та мікросхемах.
- Електричний опір (ом - Ом, Ω) = $[\text{кг} \cdot \text{м}^2 / (\text{с}^3 \cdot \text{А}^2)]$. Важливий параметр при проектуванні електронних плат.
- Ці параметри визначають стабільність роботи мікросхем та проектування друкованих плат
- Енергія та робота (Джоуль - Дж, J) = $[\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2]$. Використовується для розрахунку енергоспоживання систем.
- Потужність: ват (Вт, W) = Дж/с = $\text{кг} \cdot \text{м}^2 / (\text{с}^3)$. Визначає тепловиділення (TDP) процесорів та відеокарт.

1.1.3. Префікси SI та їх специфіка в IT

Для позначення дуже великих або дуже малих значень фізичних величин у системі SI використовуються стандартні десяткові префікси (кратні та частинні одиниці). Історично в інформатиці для вимірювання обсягу даних (байт) префікси "кіло", "мега", "гіга" використовувалися у двійковій системі (як степені двійки: 1 КБ = 1024 байт = 2^{10} байт). Однак, згідно зі стандартами Міжнародної електротехнічної комісії (IEC) та SI, ці префікси повинні означати виключно степені числа 10 (1 кБ = 1000 байт).

Для двійкових кратних одиниць були введені спеціальні префікси: кібі (Ki, 2^{10}), мебі (Mi, 2^{20}), гібі (Gi, 2^{30}) тощо. Тому 1 кібібайт (КиБ, KiB) = 1024 байт, тоді як 1 кілобайт (кБ, kB) = 1000 байт. Розуміння цієї різниці дозволяє уникнути плутанини при оцінці ємності накопичувачів (виробники жорстких дисків використовують десяткові префікси SI, а операційні системи часто відображають обсяг у двійкових префіксах).

Префікси SI та їх застосування в IT

Префікс	Позначення	Множник	Приклад в IT
тера	T (T)	10^{12}	Терафлопс (TFLOPS) – продуктивність суперкомп'ютерів
гіга	G (G)	10^9	Гігагерц (GHz) – тактова частота процесора
мега	M (M)	10^6	Мегабіт за секунду (Mbps) – швидкість мережі
кіло	k (k)	10^3	Кіловат (kW) – потужність серверної стійки
мілі	m (m)	10^{-3}	Мілісекунда (ms) – затримка (ping) у мережі
мікро	μ (μ)	10^{-6}	Мікроампер (μA) – струм витоку в транзисторах
нано	n (n)	10^{-9}	Нанометр (nm) – технологічний процес виготовлення чипів

1.1.4.Роль SI в інформаційних технологіях

Знання фізичних величин та системи SI є необхідним для IT-спеціалістів у багатьох аспектах:

- Розуміння електричних характеристик апаратного забезпечення (Hardware) (напруга, струм, опір, ємність) є критичним для розробки, тестування та експлуатації комп'ютерного обладнання.

- Швидкість передачі даних з використанням мережевих технологій вимірюється в бітах за секунду (bps) та її похідних (Mbps, Gbps). Розуміння фізичної природи сигналів (електромагнітні хвилі, оптичне випромінювання) допомагає оптимізувати пропускну здатність та зменшити затримки.

- Робота з різноманітними датчиками (температури, тиску, освітленості, прискорення) вимагає коректного зчитування, перетворення та інтерпретації фізичних величин у цифрові дані.

- При створенні моделей фізичних рухів для відеоігор (GameDev), систем комп'ютерного моделювання або наукоємного ПЗ програмісти повинні оперувати реальними фізичними величинами та їх одиницями для забезпечення реалістичності симуляцій.

1.2.Методи вимірювання та похибки

Вимірювання – це процес визначення значення фізичної величини за допомогою спеціальних технічних засобів (вимірювальних приладів) шляхом порівняння її з еталоном або одиницею вимірювання. В ІТ вимірювання є невіддільною частиною роботи: від контролю напруги на компонентах материнської плати до оцінки пропускної здатності мережі або часу відгуку сервера. Будь-яке вимірювання, незалежно від його точності, завжди супроводжується похибками які необхідно вміти контролювати.

Похибки вимірювань можна класифікувати за різними ознаками. На практиці виділяють три типи похибок які можуть виникати в ІТ.

Систематичні похибки це похибки, які залишаються постійними або закономірно змінюються при повторних вимірюваннях однієї й тієї ж величини. Вони можуть бути спричинені недосконалістю вимірювального приладу, неправильним методом вимірювання, впливом зовнішніх умов, які не враховуються, або іншими факторами. Прикладом систематичної похибки в ІТ може бути неточність при вимірюванні температури, коли некалібрований датчик температури в серверній стійці, завжди показує неточне значення вище реального; затримка в мережі, спричинена постійним перевантаженням певного маршрутизатора. Систематичні похибки можуть бути виявлені та усунені

шляхом калібрування приладів, використання більш точних методів вимірювання, внесення поправок або врахування впливу зовнішніх факторів.

Випадкові похибки це похибки, які змінюються випадковим чином при повторних вимірюваннях однієї й тієї ж величини за однакових умов. Вони не можуть бути повністю усунені, але їхній вплив можна зменшити. Прикладом випадкових похибок в ІТ може бути флуктуації часу доступу до пам'яті через випадкові звернення інших процесів, незначні коливання напруги в електромережі, що впливають на стабільність роботи компонентів, шум у сигналі, що зчитується з аналогового датчика. Вплив випадкових похибок зменшується шляхом багаторазових вимірювань та статистичної обробки результатів (наприклад, обчислення середнього арифметичного).

Промахи (грубі похибки) це значні похибки, які виникають через неуважність експериментатора, різкі зміни умов вимірювання або несправність приладу. Промахи легко виявити, оскільки вони суттєво відрізняються від інших результатів. Приклад неправильне підключення кабелю, що призводить до відсутності сигналу; помилка в коді, яка викликає некоректне зчитування даних з пристрою.

1.2.1. Характеристики точності вимірювань

Ступінь наближення результату вимірювання до істинного значення вимірюваної величини визначається *точністю* (Ассигасу) вимірювання. Висока точність означає малу систематичну похибку.

Ступінь відсутності систематичної похибки визначає рівень *правильності* (Trueness). Висока правильність означає, що середнє значення великої кількості вимірювань близьке до істинного значення.

Ступінь близькості результатів повторних вимірювань однієї й тієї ж величини, виконаних за однакових умов визначає *прецизійність* (Precision) вимірювальної системи. Висока прецизійність означає малу випадкову похибку. Прецизійність може бути високою навіть при низькій точності

(наприклад, всі вимірювання близькі одне до одного, але далекі від істинного значення через систематичну похибку).

1.2.2.Методи оцінки похибок

При розрахунках параметрів будь-якої ІТ системи необхідно враховувати наявні похибки. На практиці, для кількісної оцінки похибок вимірювань, використовують різні методи.

Абсолютна похибка (ΔX) це різниця між виміряним значенням ($X_{\text{вим}}$) та істинним значенням ($X_{\text{іст}}$): $\Delta X = |X_{\text{вим}} - X_{\text{іст}}|$. На практиці істинне значення часто невідоме, тому використовують середнє арифметичне значення з великої кількості вимірювань як найбільш ймовірне.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Середнє значення обчислюють за подбною формулою.

Де x_i окремі вимірювання, n – кількість вимірювань.

Відносна похибка (δX) вимірювання це відношення абсолютної похибки до істинного (або середнього) значення, виражене у відсотках: $\delta X = (\Delta X / X_{\text{іст}}) * 100\%$.

Відносна похибка є більш інформативною, оскільки показує якість вимірювання незалежно від масштабу величини.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Найбільш інформативним є стандартне відхилення (σ). Ця величина є статистичною мірою розсіювання даних навколо середнього значення.

Широко використовується для оцінки випадкових похибок при багаторазових вимірюваннях. Розуміння та врахування похибок вимірювань є визначальним чинником для ІТ-фахівців у багатьох випадках.

Датчики, що використовуються в системах IoT, мають певну точність та прецизійність. Неправильна інтерпретація даних з урахуванням похибок може призвести до некоректних рішень (наприклад, система розумного будинку

неправильно регулює температуру). Системний контроль та критична оцінка результатів за роботою сенсорів та допоможе виявити та нівелювати помилки.

Обробка сигналів це поширений режим роботи в ІТ галузі. Наприклад, при оцифруванні аналогових сигналів (наприклад, аудіо, відео) виникають похибки квантування та дискретизації. Розуміння їх природи дозволяє обирати оптимальні параметри перетворення та фільтрації. Вагомими трендами сучасної ІТ галузі є машинне навчання та штучний інтелект. Якість вхідних даних суттєво впливає на точність моделей машинного навчання. Формування якісних даних та їх професійна підготовка визначають рівень достовірності результатів моделей штучного інтелекту. Похибки у вимірюваннях можуть призвести до "шуму" в даних, що знижує ефективність алгоритмів.

При тестуванні апаратного або програмного забезпечення важливо розрізняти помилки, спричинені дефектами, від похибок вимірювань, які є невіддільною частиною будь-якого експерименту. Проект розробки ІТ системи обов'язково передбачає режим тестування та налагодження. Результати цього етапу роботи дозволять фахівцям оцінити рівень готовності продукту до функціонування в робочому режимі.

У системах, де фізичні процеси взаємодіють з обчислювальними (наприклад, автономні автомобілі, промислова автоматизація), точність вимірювань фізичних параметрів (відстань, швидкість, тиск) є запорукою безпеки та надійності. Кіберфізичні системи характеризуються високими стандартами вимог до допустимих точностей вимірювань та похибок. Методи вимірювання та аналіз похибок є фундаментальними навичками для будь-якого інженера, включно з ІТ-фахівцями. Усвідомлення того, що будь-яке вимірювання є наближенням, дозволяє більш критично ставитися до отриманих даних, правильно інтерпретувати результати та приймати обґрунтовані рішення при проектуванні, розробці та експлуатації складних технологічних систем.

Приклади задач для IT з використанням R

Цей розділ містить п'ять прикладів задач, які ілюструють застосування фізичних величин, одиниць SI та концепцій похибок вимірювань у контексті інформаційних технологій. Для розв'язання цих задач буде використано мову програмування R, що дозволить студентам не тільки закріпити теоретичні знання, але й розвинути практичні навички аналізу даних.

Задача 1: Перетворення одиниць зберігання даних та розрахунок розбіжностей

Ви придбали зовнішній жорсткий диск обсягом 2 терабайти (ТБ), як зазначено виробником (використовуючи десяткові префікси SI). Після підключення до комп'ютера операційна система (яка використовує двійкові префікси) показує доступний обсяг у гібібайтах (ГіБ). Розрахуйте:

- 1 Скільки гігабайтів (ГБ) становить 2 ТБ за стандартом SI.
- 2 Скільки гібібайтів (ГіБ) становить 2 ТБ за стандартом SI.
- 3 Яка різниця в ГБ між заявленим виробником обсягом (2 ТБ) та обсягом, який відображається операційною системою (у ГБ, перетворених з ГіБ).

Приклад розв'язання на R:

```
# Заявлений обсяг виробником (2 ТБ) у ГБ (десяткові префікси SI) ТБ =  
10^12 байт, 1 ГБ = 10^9 байт  
capacity_TB_si <- 2  
capacity_GB_si <- capacity_TB_si * 10^3 # 1 ТБ = 1000 ГБ  
cat(sprintf("Заявлений обсяг (2 ТБ) за стандартом SI становить: %.0f ГБ\n",  
capacity_GB_si))  
  
# Перетворення 2 ТБ (SI) у ГіБ (двійкові префікси)  
# 1 ГіБ = 2^30 байт, 1 ТБ = 10^12 байт  
capacity_GiB <- (capacity_TB_si * 10^12) / (2^30) # Перетворюємо ТБ в  
байти, потім в ГіБ
```

```

cat(sprintf("Заявлений обсяг (2 ТБ) становить приблизно: %.2f ГіБ\n",
capacity_GiB))
# Розрахунок різниці в ГБ
# Операційна система показує округлене значення в ГіБ, переводимо його в
ГБ для порівняння.
# Для спрощення, візьмемо, що ОС показує 'capacity_GiB' ГіБ.
# Перетворимо обсяг, показаний ОС (у ГіБ), назад у ГБ (десяткові) для
порівняння.
# 1 ГіБ = 2^30 байт, 1 ГБ = 10^9 байт
capacity_os_GB <- (capacity_GiB * 2^30) / 10^9
difference_GB <- capacity_GB_si - capacity_os_GB
cat(sprintf("Різниця між заявленим обсягом та обсягом, показаним ОС (у ГБ):
%.2f ГБ\n", difference_GB))

```

Задача 2: Розрахунок енергоспоживання серверної стійки

Серверна стійка містить 10 серверів. Кожен сервер споживає в середньому 250 Вт потужності. Крім того, система охолодження стійки споживає 1.5 кВт. Розрахуйте загальне енергоспоживання стійки в кіловатах (кВт) та мегаджоулях (МДж) за 24 години безперервної роботи.

Фізичні концепції: Похідні одиниці SI (ват, кіловат, джоуль), потужність, енергія, час.

Приклад розв'язання на R:

```

num_servers <- 10
power_per_server_W <- 250 # Ватт
power_cooling_kW <- 1.5 # Кіловат
time_hours <- 24 # Години
# 1. Загальна потужність серверів у Ваттах
power_servers_W <- num_servers * power_per_server_W

```

```

# 2. Перетворення потужності охолодження в Ватти
power_cooling_W <- power_cooling_kW * 1000 # 1 кВт = 1000 Вт

# 3. Загальна потужність стійки у Ваттах
total_power_W <- power_servers_W + power_cooling_W

# 4. Загальна потужність стійки у кіловатах
total_power_kW <- total_power_W / 1000

cat(sprintf("Загальне енергоспоживання стійки: %.2f кВт\n",
total_power_kW))

# 5. Розрахунок енергії за 24 години в Джоулях
# Енергія (Дж) = Потужність (Вт) * Час (с)
# Перетворюємо час у секунди
time_seconds <- time_hours * 3600 # 1 година = 3600 секунд
total_energy_J <- total_power_W * time_seconds

# Перетворення енергії в Мегаджоулі
total_energy_MJ <- total_energy_J / 10^6 # 1 МДж = 10^6 Дж

cat(sprintf("Загальна енергія, спожита за 24 години: %.2f МДж\n",
total_energy_MJ))

```

Задача 3: Аналіз затримки мережі (пінг) та випадкових похибок

Ви провели 100 вимірювань затримки (пінгу) до віддаленого сервера. Отримані дані містять випадкові коливання. Проаналізуйте ці дані, розрахуйте середнє значення, стандартне відхилення та побудуйте гістограму розподілу затримки.

Приклад розв'язання на R:

```

# Припустимо, середнє значення 50 мс, стандартне відхилення 5 мс
set.seed(123) # Для відтворюваності результатів
latency_ms <- rmnorm(n = 100, mean = 50, sd = 5)

# 1. Розрахунок середнього значення затримки

```

```

mean_latency <- mean(latency_ms)
cat(sprintf("Середня затримка: %.2f мс\n", mean_latency))

# 2. Розрахунок стандартного відхилення затримки
sd_latency <- sd(latency_ms)
cat(sprintf("Стандартне відхилення затримки: %.2f мс\n", sd_latency))

# 3. Побудова гістограми розподілу затримки
hist(latency_ms,
     main = "Розподіл затримки мережі",
     xlab = "Затримка (мс)",
     ylab = "Частота",
     col = "skyblue",
     border = "black")

# Додамо лінії для середнього та стандартного відхилення на гістограму
(опціонально)

abline(v = mean_latency, col = "red", lty = 2, lwd = 2)
text(x = mean_latency + sd_latency, y = max(hist(latency_ms, plot =
FALSE)$counts) * 0.9,
     labels = sprintf("Середнє: %.2f мс", mean_latency), col = "red", pos = 4)

```

Задача 4: Корекція систематичної похибки датчика температури

Датчик температури в центрі обробки даних (ЦОД) має відому систематичну похибку: він завжди показує температуру на 1.5 °C вище реальної. Протягом години було зібрано 60 показань датчика. Використовуючи R, скоригуйте ці показання та розрахуйте середню скориговану температуру.

```
# Генерація імітованих показань датчика (в °C).
```

```
#Припустимо, реальна температура коливається навколо 22°C з невеликими
випадковими відхиленнями
```

```

set.seed(456) # Для відтворюваності
raw_temperature_readings <- rnorm(n = 60, mean = 22 + 1.5, sd = 0.5)
# Середнє 22 + 1.5 (систематична похибка)
# Відома систематична похибка
systematic_error <- 1.5 # °C
# 1. Корекція показань датчика
corrected_temperature_readings <- raw_temperature_readings - systematic_error
# 2. Розрахунок середньої скоригованої температури
mean_corrected_temperature <- mean(corrected_temperature_readings)
cat(sprintf("Середня сира температура: %.2f °C\n",
mean(raw_temperature_readings)))
cat(sprintf("Середня скоригована температура: %.2f °C\n",
mean_corrected_temperature))
# Візуалізація (опціонально) для порівняння
plot(raw_temperature_readings, type = "l", col = "blue",
main = "Показання датчика температури",
xlab = "Вимірювання", ylab = "Температура (°C)",
ylim = range(c(raw_temperature_readings, corrected_temperature_readings)))
lines(corrected_temperature_readings, col = "red")
legend("topright", legend = c("Сирі показання", "Скориговані показання"), col
= c("blue", "red"), lty = 1)

```

Задача 5: Розрахунок відносної похибки вимірювання пропускної здатності каналу.

Виміряна пропускна здатність інтернет-каналу становить 95 Мбіт/с. Відомо, що істинна (теоретична) пропускна здатність цього каналу має бути 100 Мбіт/с. Розрахуйте абсолютну та відносну похибки вимірювання.

Приклад розв'язання на R:

```
# Вхідні дані
```

```
measured_bandwidth_Mbps <- 95 # Мбіт/с
true_bandwidth_Mbps <- 100 # Мбіт/с
# Розрахунок абсолютної похибки
absolute_error <- abs(measured_bandwidth_Mbps - true_bandwidth_Mbps)
cat(sprintf("Абсолютна похибка вимірювання: %.2f Мбіт/с\n",
absolute_error))
# Розрахунок відносної похибки (у відсотках)
relative_error_percent <- (absolute_error / true_bandwidth_Mbps) * 100
cat(sprintf("Відносна похибка вимірювання: %.2f %%\n", relative_error_percent))
```

Інтегровані завдання до розділу 1

Кожна задача передбачає використання мови програмування R для обчислення, аналізу даних та візуалізації.

Задача 1: Перетворення швидкості передачі даних

Інтернет-провайдер заявляє швидкість завантаження 1 Гбіт/с. Розрахуйте, скільки мегабайтів (МБ) даних можна завантажити за 5 хвилин. Врахуйте, що 1 байт = 8 біт, і використовуйте десяткові префікси SI для мегабайтів. Перетворіть одиниці швидкості та часу в одиниці системи SI.

Задача 2: Розрахунок тепловиділення процесора

Процесор має тепловий пакет (TDP) 125 Вт. Розрахуйте, скільки джоулів теплової енергії виділить цей процесор за 8 годин безперервної роботи. Переведіть отриманий результат у кілоджоулі (кДж).

Задача 3: Аналіз часу відгуку веб-сервера

Ви провели 50 вимірювань часу відгуку (latency) веб-сервера. Отримані дані (у мілісекундах) мають такий вигляд: c(120, 125, 118, 130, 122, 128, 115, 123, 127, 121, 126, 119, 124, 129, 120, 125, 117, 131, 122, 128, 116, 123, 127, 121, 126, 119,

124, 129, 120, 125, 118, 130, 122, 128, 115, 123, 127, 121, 126, 119, 124, 129, 120, 125, 117, 131, 122, 128, 116, 123). Розрахуйте середній час відгуку, медіану та стандартне відхилення. Побудуйте гістограму розподілу. Виконайте статистичний аналіз (mean, median, sd) та візуалізацію (hist).

Задача 4: Оцінка ємності акумулятора для IoT-пристрою

IoT-пристрій споживає струм 50 мА (міліампер) при напрузі 3.3 В. Розрахуйте потужність, яку споживає пристрій. Якщо акумулятор має ємність 2000 мА·год (міліампер-годин), на скільки годин вистачить заряду акумулятора для живлення цього пристрою? Розрахунок потужності ($P = U \cdot I$), перетворіть одиниці вимірювання в SI.

Задача 5: Корекція показань датчика вологості

Датчик вологості у серверній кімнаті систематично завищує показання на 5%. Реальна вологість становить 60%. Якщо датчик показує 63%, яка його абсолютна та відносна похибка? Використовуючи R, напишіть функцію, яка приймає показання датчика та повертає скориговане значення.

Задача 6: Розрахунок обсягу даних з відеокамери

IP-камера записує відео зі швидкістю 30 кадрів/с, роздільною здатністю 1920x1080 пікселів та глибиною кольору 24 біти на піксель. Розрахуйте обсяг даних (у гігабайтах, ГБ) за 1 годину запису без стиснення. Врахуйте, що 1 байт = 8 біт.

Задача 7: Аналіз часу завантаження веб-сторінки

Вимірювання часу завантаження веб-сторінки проводилося 30 разів. Отримані дані (у секундах) мають середнє значення 2.5 с та стандартне відхилення 0.3 с. Припускаючи нормальний розподіл, розрахуйте 95% довірчий інтервал для середнього часу завантаження. Візуалізуйте розподіл.

Проведіть статистичний аналіз обчисліть довірчі інтервали, для більш якісних графіків при візуалізації використовуйте ggplot2.

Задача 8: Розрахунок опору кабелю Ethernet

Мідний кабель Ethernet має довжину 100 метрів. Питомий опір міді становить приблизно 1.68×10^{-8} Ом·м. Площа поперечного перерізу однієї жили

кабелю становить 0.205 мм^2 . Розрахуйте загальний опір кабелю (враховуючи 8 жил) у міліомах (МОм).

Розрахунок опору проводять за формулою $R = \rho * L / S$, перетворення одиниці в систему SI.

Задача 9: Оцінка похибки вимірювання напруги

Вольтметр має клас точності 0.5. Це означає, що максимальна абсолютна похибка вимірювання становить 0.5% від верхньої межі діапазону вимірювання. Якщо вольтметр має діапазон 0-10 В, і виміряна напруга становить 5 В, розрахуйте максимальну абсолютну та відносну похибки для цього вимірювання.

Задача 10: Моделювання поширення сигналу в оптоволокну

Швидкість світла в оптоволокну становить приблизно $2 \times 10^8 \text{ м/с}$. Сигнал проходить відстань 50 км. Розрахуйте час затримки сигналу (у мікросекундах, мкс). Якщо виміряний час затримки становить 255 мкс, яка відносна похибка вимірювання? Розрахунок часу ($t = S / V$), перетворіть одиниці вимірювання та розрахуйте похибки.

Контрольні питання до розділу 1.

1. Що таке фізична величина і з яких двох обов'язкових компонентів вона складається?
2. У чому полягала сутність ревізії системи SI у 2019 році та чому це дозволило відмовитися від матеріальних еталонів?
3. Назвіть сім основних фізичних величин системи SI та одиниці їх вимірювання.
4. Які похідні одиниці SI найчастіше використовуються в IT для вимірювання тактової частоти, напруги та потужності (TDP)?
5. Поясніть різницю між десятковими (SI) та двійковими (IEC) префіксами. Скільки байт міститься в 1 кілобайті (кБ) та в 1 кібібайті (КіБ)?

6. Наведіть приклади застосування префіксів тера- (T) та нано- (n) в сучасних інформаційних технологіях.
7. Чому знання фізичних величин є критичним для розробників у сфері GameDev та створення фізичних рушіїв?
8. Дайте визначення процесу вимірювання. Чому будь-яке вимірювання завжди супроводжується похибками?
9. Що таке систематичні похибки, які їхні причини та як їх можна усунути?
10. Яка природа випадкових похибок в ІТ-системах (наприклад, при доступі до пам'яті) і як мінімізувати їхній вплив?
11. Що називають "промахами" (грубими похибками) та які чинники призводять до їх виникнення?
12. У чому полягає принципова відмінність між точністю (Accuracy) та прецизійністю (Precision) вимірювальної системи?
13. Як обчислюється відносна похибка і чому вона є більш інформативною для оцінки якості вимірювання, ніж абсолютна?
14. Як "шум" у вхідних даних (спричинений похибками вимірювань) впливає на ефективність алгоритмів машинного навчання та ШІ?
15. Чому до кіберфізичних систем (наприклад, автономних автомобілів) висувуються надвисокі вимоги щодо точності вимірювання фізичних параметрів?
16. Яка різниця між точністю та прецизійністю у вимірюваннях?
17. Як двійкові префікси KiB та MiB допомагають уникнути плутанини?
18. Чому виробники дисків використовують десяткову систему замість двійкової?
19. Які наслідки мають похибки у роботі безпілотних автомобілів?
20. Як обчислити стандартне відхилення для зменшення випадкових похибок?
21. Яку роль відіграє стандартне відхилення в аналізі випадкових похибок?

РОЗДІЛ 2. ЕЛЕКТРОСТАТИКА

2.1. Електричний заряд та електричне поле

Заряд тіла є дискретною величиною, пропорційною величині елементарного заряду $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Дослідним шляхом встановлено фундаментальний закон збереження заряду. *Повний заряд замкненої системи зберігається.*

$$Q = \sum_{i=1}^{i=N} q_i = \text{const} \quad (2.1)$$

Це означає, що частинки можуть народжуватися та зникати (анігілювати) попарно як такі, що мають рівні за величиною і різнойменні заряди.

Електрон – стабільна елементарна частинка, яка має класичну масу $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг, класичний радіус $r_0 \approx 10^{-13}$ м, заряд $q = -e$, питомий заряд $\gamma = \frac{e}{m} = 1.76 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$.

Протон – стабільна елементарна частинка, яка має додатній заряд $q=e$, класичний радіус $r_0 \approx 10^{-15}$ м, масу $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг, причому

$$\frac{m_p}{m_e} = 1836 \quad (2.2)$$

Розуміння фундаментальних принципів взаємодії електричних зарядів та структури полів має першочергове значення для ІТ-фахівців, оскільки саме на цих фізичних явищах базується робота сучасних напівпровідникових пристроїв та систем зберігання даних.

2.2. Закон Кулона

Закон Кулона встановлює силу електростатичної взаємодії між двома точковими зарядами.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (2.6)$$

Вона чисельно дорівнює силі, що діє на одиничний заряд у полі. Із цього визначення слідує, що напруженість поля точкового заряду q дорівнює

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \vec{e} \quad (2.7)$$

де одиничний вектор $\vec{e}$, спрямований від додатного заряду в нескінченність або до від'ємного заряду. Одиницею вимірювання напруженості поля є $[E] = \text{В/м}$ (вольт/метр), або Н/Кл (ньютон на кулон).

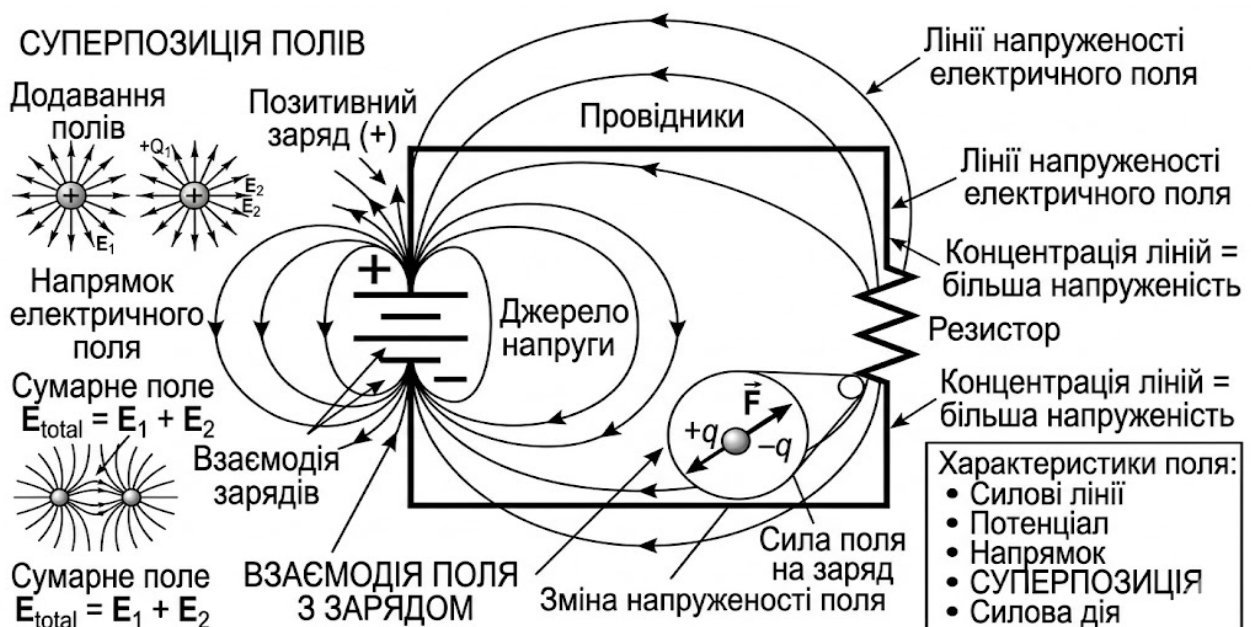


Рис.2.2. Суперпозиція полів

Електростатичним полем називається поле, напруженість якого $\vec{E}$ не залежить від часу. Однорідне електростатичне поле – поле, напруженість якого $\vec{E} = \text{const}$ у будь-якій точці поля, тобто вектори $\vec{E}$ в цих точках рівні за величиною та паралельні.

Якщо в певній точці простору електричне поле створюється кількома зарядами, то результуюча напруженість поля в цій точці дорівнює векторній сумі

напруженостей, створених кожним зарядом окремо це твердження називають закон суперпозиції.

$$\vec{F}_0 = \sum_{i=1}^N F_{0i} \vec{e}_{0i} \quad (2.8)$$

Формула (2.8) означає, що результуюча сила $\vec{F}_0$, яка діє на пробний заряд q_0 , дорівнює векторній сумі сил, створених кожним із N зарядів системи.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0}, \vec{E} = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{F}_{0i}}{q_0}, \vec{E}_{0i} = k \frac{q_i}{r_{0i}^2} \vec{e}_{0i}, \vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_{0i} \quad (2.9)$$

Напруженість електричного поля в будь-якій точці дорівнює векторній сумі напруженостей полів, створених кожним зарядом окремо. Принцип суперпозиції означає незалежність виникнення та дії електростатичних полів.

Електростатичне поле й заряд q_0 взаємодіють між собою і ця взаємодія характеризується потенціальною енергією W.

$$\phi = \frac{W}{q_0} \quad (2.10)$$

Відношення (2.10) є енергетичною характеристикою поля і називається потенціалом поля. Якщо поле створюється точковими зарядами Δq_i , то величина потенціальної енергії ΔW_i взаємодії кожного з них із пробним зарядом q_0 є попарною, тобто повна енергія взаємодії є $W = \sum_i \Delta W_i$ і потенціал поля визначається як

$$\phi = \frac{W}{q_0} = \sum_i \frac{\Delta W_i}{q_0}, \Delta \phi_i = \frac{\Delta W_i}{q_0}, \phi = \sum_i \Delta \phi_i \quad (2.11)$$

Останній вираз для ϕ називають законом (принципом) суперпозиції для потенціала поля.

Еквіпотенціальною поверхнею називається поверхня в кожній точці якої потенціал має одну й ту ж величину, тобто $\phi = \text{const}$.

Сила $\vec{F}$, що діє на пробний заряд q_0 в електричному полі, за час dt переміщує його на $d\vec{L}$. При цьому вона виконує елементарну роботу

$$\delta A = \vec{F} d\vec{L} = q_0 \vec{E} d\vec{L} = q_0 E dL \cos \alpha, \text{ де } \alpha - \text{кут між } \vec{E} \text{ та } d\vec{L}, \text{ або}$$

$$d\phi = -\vec{E}d\vec{L} \quad (2.12)$$

Вираз (2.12) є диференціальним рівнянням, що зв'язує енергетичну та силову характеристики поля.

Якщо подати вектор напруженості через його компоненти $\vec{E} = \{E_x, E_y, E_z\}$ то розв'язком рівняння (2.13) відносно напруженості поля буде

$$\vec{E} = -\left\{\vec{i}\frac{\partial\phi}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial\phi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial\phi}{\partial z}\right\} \quad (2.13)$$

Якщо циркуляція вектора напруженості силового поля дорівнює 0, то поле є потенціальним, у противному - поле називається вихровим.

$$\Gamma_E = \oint_L E d\vec{l} = 0 \quad (2.14)$$

У випадку електричного поля точкового заряду q напруженість поля є

$$E = \frac{F}{q_0} = k \frac{q}{r^2} \quad (2.15)$$

Остаточно потенціал електростатичного поля точкового заряду q на відстані r від нього дорівнює

$$\phi = k \frac{q}{r} \quad (2.16)$$

Якщо поле створене декількома зарядами, то потенціальна енергія пробного заряду буде складатися з енергій взаємодії з кожним із зарядів і остаточно

$$\phi = \sum_i \phi_i, \phi_i = k \frac{q_i}{r_i} \quad (2.17)$$

Отриманий вираз (2.17) знову приводить до принципу суперпозиції для потенціалу: потенціал поля в точці А, створеного декількома точковими електричними зарядами, є алгебраїчною сумою потенціалів, створених кожним із зарядів окремо.

Напруженість dE , створювана елементом кільця dL із зарядом $dq = \lambda \cdot dL$, дорівнює

$$dE = k \frac{dq}{r^2} \quad (2.18)$$

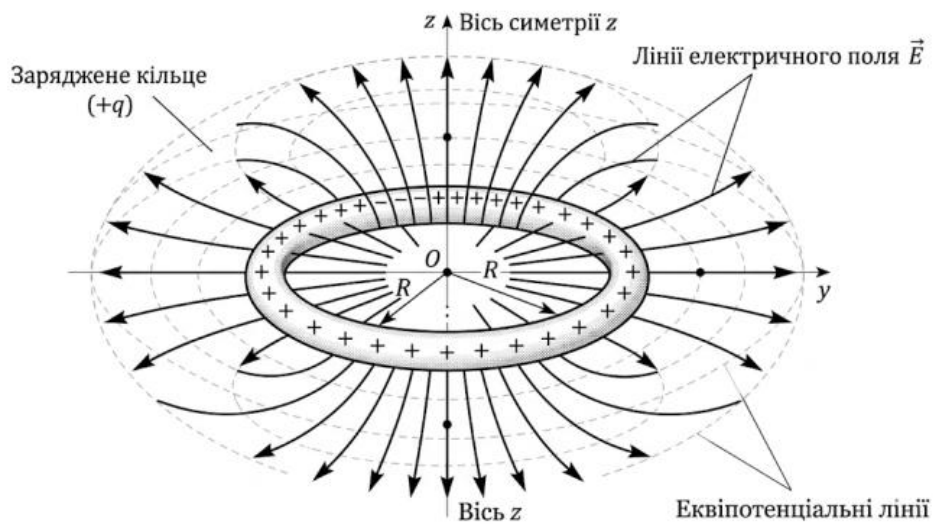


Рис.2.3. Електричне поле зарядженого кільця та еквіпотенціальні лінії

де $r = \sqrt{x^2 + a^2}$ – відстань точки А від елемента кільця товщиною dL .

Покладемо, що кільце має товщину dx і площу $dS = 2\pi x \cdot dx$. Запишемо заряд кільця q через поверхневу густину σ

$$dQ = 2\pi x \cdot dx \cdot \sigma \quad dQ = q = 2\pi x \sigma \cdot dx \quad (2.19)$$

Остаточно величина напруженості поля диска на осі дорівнює

$$E_D = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \eta^2}} \right) \quad (2.20)$$

де $\eta = R/a$.

Якщо система з двох різнойменних точкових зарядів величиною q , відстань між якими l , розглядається на відстані $r \gg l$, то вона називається диполем. Величина l – плече диполя. Диполь характеризується вектором дипольного моменту $\vec{p} = q\vec{l}$, направленим від від'ємного заряду до додатного.

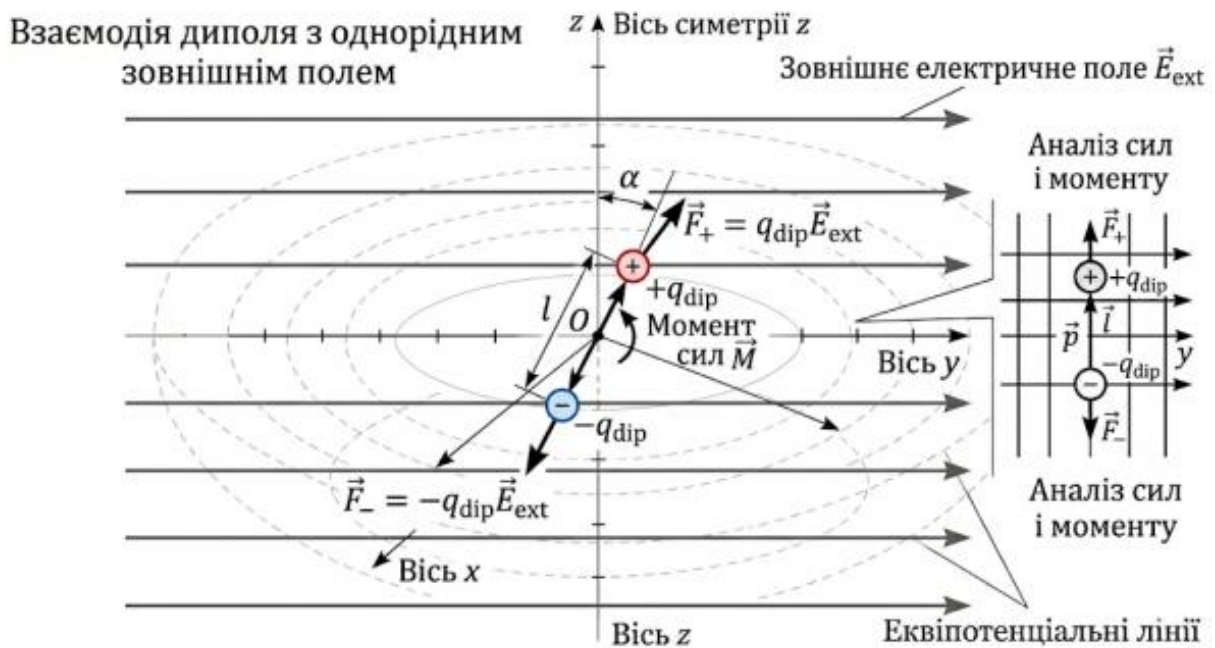


Рис.2.4. Взаємодія електричного диполя з однорідним зовнішнім електричним полем

Потенціал та напруженість електричного поля диполя в точці А з радіус-вектором $\vec{r}$ відносно середини плеча диполя О та кутом ϑ між $\vec{r}$ та моментом $\vec{p}$.

$$\phi = \frac{\vec{p}\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (2.21)$$

Напруженість у точках на прямій, на якій лежить диполь ($\vartheta = 0$ або $\vartheta = \pi$) дорівнює

$$E = \frac{2kp}{r^3} \quad (2.22)$$

а в точці, що знаходиться на осі диполя ($\vartheta = \pi/2$)

$$E = \frac{kp}{r^3} \quad (2.23)$$

На заряди диполя, розміщеного в електростатичному полі з напруженістю $\vec{E}$ діє пара сил величиною $F = qE$ й плечем $l \cdot \sin\alpha$, які створюють момент сили величиною $M = F \cdot l \sin\alpha = qE \cdot l \sin\alpha = pE \sin\alpha$, що діє на диполь. Вектор моменту сили запишеться так

$$\vec{M} = [\vec{p}\vec{E}] \quad (2.24)$$

При повороті диполя на кут $d\alpha$, поле виконує роботу

$$\delta A = M d\alpha = p E \sin \alpha d\alpha = -d(p E \cos \alpha) \quad (2.25)$$

$$\delta A = -d(\vec{p}\vec{E}) \quad (2.26)$$

Ця робота виконується зовнішнім полем на створення механічної потенціальної енергії W_m диполя в електричному полі

$$dW_m = \delta A \quad (2.27)$$

Нехай в електростатичному полі є елементарна поверхня $d\vec{S} = \vec{n}dS$ з нормаллю $\vec{n}$, яку пронизує силова лінія напруженості $\vec{E}$.

Елементарний потік Φ вектора напруженості $\vec{E}$ через цю поверхню визначається так

$$d\Phi = \vec{E}d\vec{S} = E\vec{n}d\vec{S} = E dS \cos \alpha = E_n dS \quad (2.28)$$

де α – кут між $\vec{E}$ та нормаллю $\vec{n}$ до dS , $E_n = E \cos \alpha$.

Теорема Остроградського-Гауса стверджує, що потік вектора напруженості електростатичного поля у вакуумі через довільну замкнену поверхню S_V дорівнює

$$\Phi = \oiint_{S_V} \vec{E}d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon\epsilon_0} \quad (2.29)$$

Фізичний зміст теореми Остроградського-Гауса полягає в тому, що за її допомогою, при відомій напруженості електростатичного поля $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$, можна визначити розподіл зарядів $q(\vec{r})$ у просторі поля. Такий зв'язок існує лише у випадку центральних сил, величина яких обернено пропорційна відстані між точковими джерелами центральних сил.

2.4. Провідники та діелектрики

До провідників електричного струму відносять метали – провідники першого роду та електроліти – провідники другого роду й іонізовані гази.

Напруженість електростатичного поля у просторі між різнойменно зарядженими металічними нескінченно довгими циліндрами з лінійною густиною заряду λ і радіусами r_1 і r_2 визначається лише зарядом внутрішнього циліндра, тобто

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (2.30)$$

де $r_1 \leq r \leq r_2$.

Або електростатичне поле у просторі між двома різнойменно зарядженими металічними сферами, що мають спільний центр, заряд q і радіуси r_1 і r_2 , напруженість визначається лише зарядом внутрішньої сфери, тобто

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (2.31)$$

де $r_1 \leq r \leq r_2$.

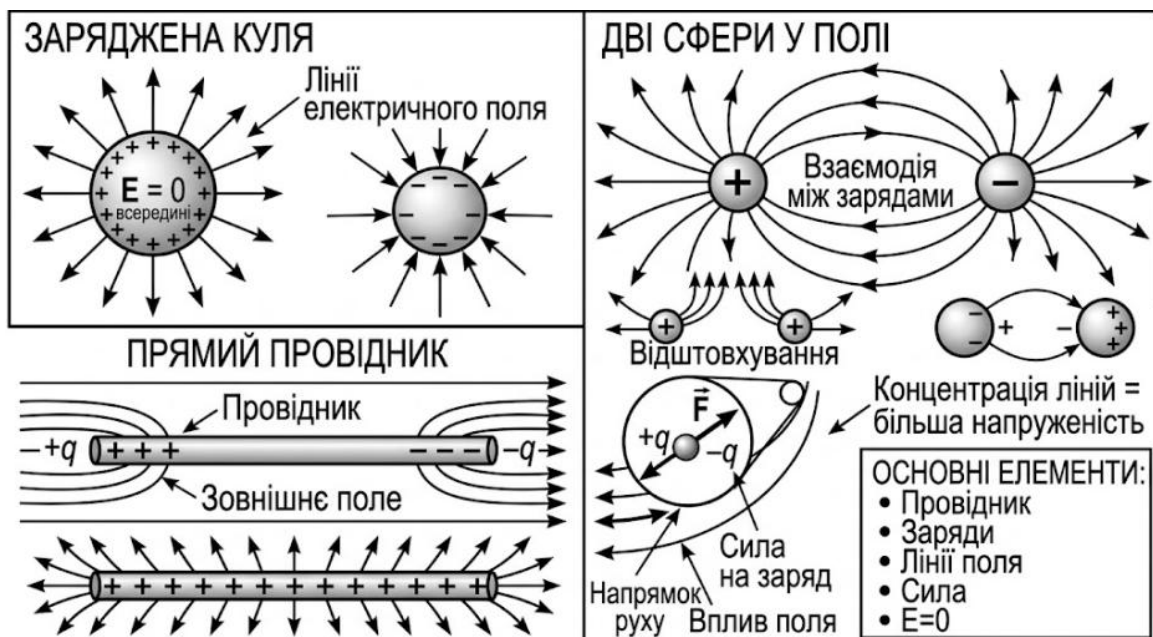


Рис.2.5. Електричне поле та взаємодія електричних зарядів

Поверхня зарядженого провідника є екіпотенціальною.

Напруженість поля при поверхні зарядженого провідника. $E = \sigma/\sigma_0$.

Діелектриком називається речовина, яка при звичайних умовах не проводить електричний струм.

Діелектрик називається неполярним, якщо у відсутності зовнішнього електричного поля центри "тяжіння" додатних і від'ємних зарядів у його молекулах співпадають. Діелектрик називається полярним, якщо він складається з полярних молекул.

З класичної точки зору в електричному полі з напруженістю $\vec{E}$ центри "тяжіння" від'ємних та додатних зарядів неполярних молекул зміщуються один відносно одного і в них виникає (індукується) електричний дипольний момент $\vec{p}$, як показують експериментальні дослідження, вектор дипольного моменту пропорційний напруженості електричного поля

$$\vec{p}_e = \varepsilon_0 \alpha \vec{E} \quad (2.32)$$

Коефіцієнт α називається коефіцієнтом поляризованості молекули. Кількісною мірою поляризації діелектрика служить вектор поляризації

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_{ei}}{\Delta V} \quad (2.33)$$

де $\vec{p}_{ei}$ – електричний дипольний момент i -ої молекули, ΔV – об'єм діелектрика.

Експериментальні дослідження показали, що вектор поляризації як неполярного так і полярного діелектрика при невеликих напруженостях зовнішнього поля можна записати у вигляді

$$\vec{P} = n \varepsilon_0 \alpha \vec{E} = \chi \varepsilon_0 \vec{E} \quad (2.34)$$

де n – концентрація молекул, $\chi = n\alpha$ – нерозмірна величина, що називається діелектричною сприйнятливістю середовища, $\vec{E}$ – середня напруженість поля усередині діелектрика.

Напруженість поля $\vec{E}$ нескінченно великої зарядженої площини направлена перпендикулярно до поверхні площини

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} \quad (2.35)$$

Електростатичне поле, створене двома нескінченно великими різнойменно зарядженими площинами з однаковою величиною поверхневої густини заряду σ , знаходиться між ними і його напруженість

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} \quad (2.36)$$

Нехай вісь Ox перпендикулярна нескінченно великій зарядженій площині з поверхневою густиною заряду σ . Для знаходження різниці потенціалів між точками, що знаходяться на відстанях x_1 та x_2 від площини з $d = x_2 - x_1$, скористаємося зв'язком напруженості та потенціалу поля

$$\phi_1 - \phi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 E dl \cos\alpha = \int_{x_1}^{x_2} E dx = E(x_2 - x_1) = Ed \quad (2.37)$$

Обчислюючи $\phi_1 - \phi_2$, ми зважили на те, що $\vec{E} \parallel Ox$ і $dl \cos\alpha = dx$, де α – кут між векторами напруженості $\vec{E}$ та переміщення $d\vec{l}$.

Напруженість поля $\vec{E}$ нескінченно довгого зарядженого циліндра із радіусом основи r та лінійною густиною заряду λ направлена по нормалі до бічної поверхні циліндра. При $R > r$ величина напруженості дорівнює

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 R} \quad (2.38)$$

Потенціал поля нескінченно великого зарядженого циліндра. Якщо розглядаються два співвісні різнойменно заряджені металеві циліндри з радіусами r_1 та r_2 , то в просторі між ними поле створюється лише зарядом внутрішнього циліндра з напруженістю

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} \quad (2.39)$$

а різниця потенціалів між поверхнями циліндрів становить

$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (2.40)$$

Напруженість поля $\vec{E}$ зарядженої сфери радіуса r , що містить заряд q , для $R > r$ направлена по радіальним прямим і за величиною дорівнює

$$E = \frac{q}{4\pi r^2 \epsilon\epsilon_0} \quad (2.41)$$

Потенціал зарядженої сфери радіуса R із зарядом Q на відстані від центра $r \geq R$ дорівнює

$$\phi = k \frac{Q}{r} \quad (2.42)$$

Різниця потенціалів між точками, що знаходяться на відстанях r_1 та r_2 від центра дорівнює

$$\phi_1 - \phi_2 = Q \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \quad (2.43)$$

Поле двох різнойменно заряджених сфер із радіусами r та $R > r$ й зарядом Q створюється лише внутрішньою сферою, а тому різниця потенціалів між сферами дорівнює

$$\phi_1 - \phi_2 = Q \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \quad (2.44)$$

Якщо $R = r + d, r \gg d$, то

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{R} = \frac{R - r}{rR} = \frac{d}{r^2} \quad (2.45)$$

і

$$\phi_1 - \phi_2 = Q \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} d = Ed \quad (2.46)$$

Цей результат також збігається з випадком для різниці потенціалів для двох різнойменно заряджених нескінченних площин.

Якщо діелектрик помістити у зовнішнє електричне поле з напруженістю $\vec{E}_0$, то в ньому буде індукватися внутрішнє поле $\vec{E}'$, створене орієнтацією зв'язаних зарядів молекули: електрони атомів розмістяться назустріч полю, а ядра – за полем. Сумарне поле буде мати напруженість $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$.

В ізотропних діелектриках

$$\vec{E} = \vec{E}_0 / \epsilon \quad (2.47)$$

де $\epsilon = 1 + \chi$ – безрозмірна величина, яка називається діелектричною проникливістю. Для характеристики деяких властивостей електричного поля вводиться поняття електричного зміщення (індукції) електричного поля $\vec{D}$.

Теорема Остроградського-Гауса для електричного зміщення виконується співвідношення:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q \quad (2.48)$$

де q – алгебраїчна сума вільних зарядів, що містяться усередині замкненої поверхні діелектрика S .

Граничні умови для електричного поля при переході границі двох діелектриків із діелектричними проникливостями ϵ_1 та ϵ_2 мають вигляд

$$E_{2\tau} = E_{1\tau}, D_{2\tau} = D_{1\tau} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}, D_{2n} = D_{1n}, E_{2n} = E_{1n} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (2.49)$$

Індекс τ означає тангенціальну складову до граничної поверхні, а індекс n – нормальну складову відповідного вектора.

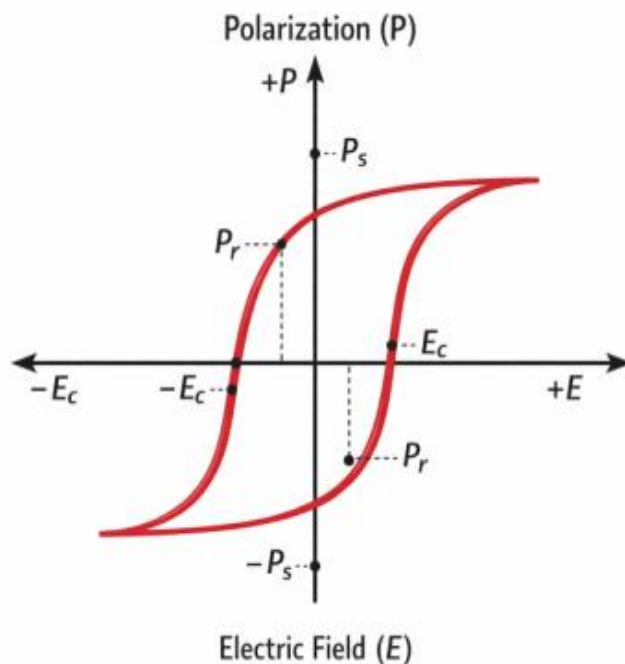


Рис.2.6. Гістерезисна залежність поляризації від електричного поля

Сегнетоелектриком називається діелектрик, що має макроскопічні об'єми (домени) у середині яких у звичайних умовах існує спонтанна (невимушена) насичена поляризація і тому сегнетоелектрики, будучи розміщеними у

зовнішньому електричному полі, мають аномально велику діелектричну проникливість $\varepsilon \sim 10^4$.

Результат поляризації сегнетоелектрика залежить від передісторії його стану, функція $P=P(E)$ є неоднозначною. Залежність $P = \chi E$ справджується лише на початку головної гілки намагнічування 0–1. При поляризації сегнетоелектрика змінюється його форма та розміри, виникає так називане явище електрострикції. Механічна деформація змінює поляризацію сегнетоелектрика.

2.5. Електроємність відокремленого провідника

Відокремлений провідник, має потенціал ϕ пропорційний розміщеному на ньому заряду q і тому можна записати, що $q=C\phi$. Коефіцієнт пропорційності C називають електроємністю відокремленого провідника. Електроємність C залежить від геометричної форми та розмірів провідника.

Розмірність електроємності $[C]=В/м=Фарад$, або скорочено $[C]=Ф$. Електроємність відокремленого провідника, що є сферою з радіусом R дорівнює

$$C = \frac{q}{\phi} = q : \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R \quad (2.50)$$

Розмірність електричної сталої $[\varepsilon_0]=Ф/м$.

Взаємна електроємність C двох різнойменно заряджених провідників із величиною заряду q визначається як $C = \frac{q}{\phi_1 - \phi_2}$, де ϕ_1 і ϕ_2 – потенціали провідників.

Електроємність відокремленого провідника є фізичною величиною, яка визначається лише його геометричною формою, розмірами та властивостями навколишнього середовища, але не залежить від величини наданого йому заряду. Вона характеризує здатність провідника накопичувати електричний заряд при зміні його потенціалу на одну одиницю.

2.6. Конденсатори

Конденсатором називається така система з двох різнойменно заряджених провідників з однаковою величиною заряду q , електростатичне поле якої зосереджується в обмеженому просторі між провідниками. Самі провідники називають обкладками конденсатора. До таких провідників можна віднести

дві паралельні нескінченно великі площини – плоский конденсатор;

два коаксіальні циліндри з близькими значеннями радіусів основ – циліндричний конденсатор;

дві сфери зі співпадаючими центрами та близькими значеннями радіусів – сферичний конденсатор.

За визначенням електроємність конденсатора ϵ

$$C = \frac{q}{\phi_1 - \phi_2} = \frac{q}{U}, U = \phi_1 - \phi_2 \quad (2.51)$$

де ϕ_1, ϕ_2 – потенціали провідників, U – різниця потенціалів.

Електроємність плоского конденсатора становить

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} \quad (2.52)$$

Електроємність циліндричного конденсатора можна розрахувати так:

$$U = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right), q = \lambda h \quad (2.53)$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi h \epsilon \epsilon_0}{\ln(R_1/R_2)} \quad (2.54)$$

Якщо $d = R_1 - R_2 \ll R_1$, то вираз для ємності циліндричного конденсатора приймає вид ємності плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} \quad (2.55)$$

де $S = 2\pi h R_1$ – бічна поверхня циліндра.

Електроємність сферичного конденсатора

$$C = q/U = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (2.56)$$

Нехай $R_2 - R_1 = d \ll R_1$, R_2 і $R_1 = R_2 = R$. Площа поверхні сфери $S = 4\pi R^2$ і тоді

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \quad (2.57)$$

При паралельному з'єднанні конденсаторів у батарею, їх загальна ємність дорівнює сумі ємностей усіх конденсаторів батареї.

$$C = \frac{Q}{U} = \sum_i \frac{q_i}{U} = \sum_i C_i \quad (2.58)$$

При послідовному з'єднанні конденсаторів у батарею величина обернена їх загальній ємності дорівнює сумі величин, обернених ємностям усіх конденсаторів батареї.

$$\frac{1}{C} = \frac{U}{q} \text{ і } \frac{1}{C} = \sum_i \frac{U_i}{q} = \sum_i \frac{1}{C_i} \quad (2.59)$$

Електрична енергія відокремленого зарядженого провідника дорівнює

$$W = \frac{q^2}{2C} \text{ або } W = \frac{q\phi}{2} = \frac{C\phi^2}{2} \quad (2.60)$$

Енергія системи з двох точкових зарядів q_1 і q_2 , відстань між якими становить $r_{12} = r_{21}$, є енергія взаємодії одного заряду з другим і може бути записана як енергія одного заряду в полі другого так

$$W = W_1 = W_2 \Rightarrow$$

$$W = \frac{1}{2} (q_1 \cdot \phi_{12} + q_2 \cdot \phi_{21}) \quad (2.61)$$

Електрична енергія, плоского конденсатора є сумою енергії двох різнойменно заряджених обкладинок

$$W = W_1 + W_2 = \frac{q\phi_1}{2} - \frac{q\phi_2}{2} = \frac{q}{2} (\phi_1 - \phi_2) = \frac{qU}{2} \quad (2.62)$$

де $U = \phi_1 - \phi_2$.

Потенціальну енергію зарядженого плоского конденсатора можна представити у вигляді функції x

$$W(x) = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 S E^2 x \quad (2.63)$$

де x – відстань між пластинами. Величину сили взаємодії між пластинами знайдемо через градієнт потенціальної енергії

$$F = \frac{dW}{dx}, \Rightarrow F = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 S E^2 \quad (2.64)$$

Можна вважати, що енергія зарядженого конденсатора тотожна енергії електричного поля

$$W = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2 V, V = Sd \quad (2.65)$$

Залежність величини заряду q від часу t при зарядці й розряді конденсатора визначається величиною ємності C . Час τ за який величина заряду зменшиться в e разів називається часом релаксації.

$$\tau = RC \quad (2.66)$$

Основною характеристикою конденсатора є його ємність, яка залежить від площі обкладок, відстані між ними та властивостей діелектрика. Конденсатори широко використовуються в електроніці для фільтрації сигналів, згладжування напруги, накопичення енергії та формування часових процесів у колах.

Приклади розв'язування задач до розділу 2

Задача 1. Два точкових заряди величиною $q_1 = 1$ нКл і $q_2 = -2$ нКл розміщені в повітрі у двох вершинах рівностороннього трикутника зі стороною $r = 10$ см. Знайти напруженість електричного поля в третій вершині трикутника.

Дано:

$$q_1 = 1 \text{ нКл} = 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$q_2 = -2 \text{ нКл} = -2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

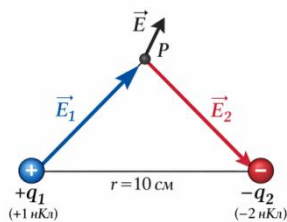
$$r = 10 \text{ см} = 10^{-1} \text{ м}$$

$E = ?$

Розв'язання

Згідно з принципом суперпозиції електричних полів кожний заряд створює поле незалежно від присутності в просторі інших зарядів. Тому напруженість E електричного поля знайдемо, як векторну суму

напруженостей, створених кожним зарядом зокрема $E = E_1 + E_2$.



Модуль вектора напруженості поля, створеного кожним точковим

$$E = \frac{|q_1|}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}; E = \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}.$$

Абсолютне значення вектора E одержимо за теоремою косинусів:

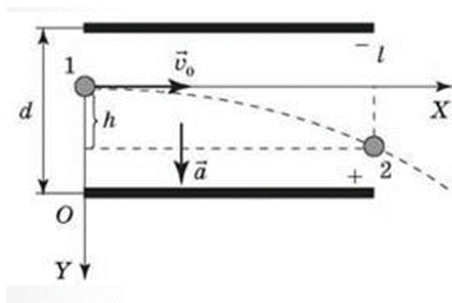
$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1^2 E_2^2 \cos(\alpha)},$$

де α – кут між векторами E_1 і E_2 , $\alpha = 120^\circ$. Напрямки векторів E_1 і E_2 визначимо, урахувавши знаки зарядів q_1 і q_2 (напрям вектора напруженості збігається з напрямком сили, що діє на точковий позитивний одиничний заряд, поміщений в дану точку поля). За правилом складання векторів графічно знайдемо і напрям вектора E .

Підставивши числові значення в системі СІ, одержимо $E = 1,56$ кВ/м

Задача 2. Однорідне електростатичне поле створене двома паралельними пластинами завдовжки по 3 см. Електрон влітає в це поле зі швидкістю $2 \cdot 10^6$ м/с, напрямленою паралельно до пластин. На яку відстань по вертикалі зміститься електрон до моменту виходу із простору між пластинами, якщо напруга між пластинами 4,8 В, а відстань між ними 16 мм? Маса електрона $9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, модуль його заряду $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Виконаємо рисунок, на якому покажемо осі координат, початкове й кінцеве положення електрона, напрямок його початкової швидкості й прискорення руху.



Запишемо рівняння для координат:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2},$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

З урахуванням того, що: $x = l$, $x_0 = 0$,

$v_{0x} = v_0$, $a_x = 0$, $y = h$, $y_0 = 0$, $v_{0y} = 0$, $a_y = a$, одержуємо:

$$l = v_0 t, \quad (1)$$

$$h = \frac{at^2}{2}. \quad (2)$$

З рівності (1) визначаємо час руху $t = \frac{1}{\vartheta_0}$ й підставляємо його в рівність (2):

$$h = \frac{al^2}{2\vartheta_0^2}.$$

Під час руху електрона між пластинами на нього діє електрична сила:

$$F = |e|E = |e|\frac{U}{d} \quad (3)$$

Під дією цієї сили електрон набуває прискорення a , яке за другим законом Ньютона дорівнює $a = \frac{F}{m}$, або з урахуванням формули (3): $a = \frac{|e|U}{md}$. Знаючи прискорення руху електрона, визначимо відстань, на яку зміститься електрон під час руху між пластинами: $h = \frac{|e|Ul^2}{2md\vartheta_0^2}$.

Визначаємо значення шуканої величини: $[h] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{В} \cdot \text{м}^2}{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2} = \frac{\text{Дж}}{\text{Н}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Н}} = \text{м}$

$$h = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4,8 \cdot 9 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 16 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{12}} = 6 \cdot 10^{-3} (\text{м})$$

Відповідь: у момент виходу із простору між пластинами електрон зміститься на відстань 6 мм.

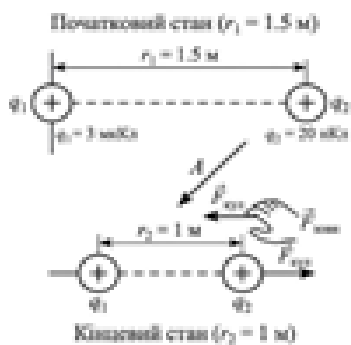
Задача 3. Позитивні заряди $q_1 = 3 \text{ мкКл}$ і $q_2 = 20 \text{ нКл}$ знаходяться у вакуумі на відстані $r_1 = 1,5 \text{ м}$ один від одного. Визначити роботу A , яку потрібно здійснити, щоб наблизити заряди до відстані $r_2 = 1 \text{ м}$.

Дано

$q_1 = 3 \text{ мкКл} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$	
$q_2 = 20 \text{ нКл} = 20 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$	
$r_1 = 1,5 \text{ м}$	
$r_2 = 1 \text{ м}$	
$A = ?$	

Розв'язання

Припустимо, що перший заряд q_1 залишається нерухомим, а другий – q_2 , під дією зовнішніх сил переміщується у полі, створеному зарядом q_1 з відстані $r_1 = 1,5 \text{ м}$ до відстані $r_2 = 1 \text{ м}$.



Робота A зовнішньої сили по переміщенню заряду q з однієї точки поля з потенціалом φ_1 в іншу, потенціал якої φ_2 , дорівнює за абсолютною величиною і протилежна за знаком роботі A' сил поля по переміщенню заряду між тими ж точками: $A = -A'$.

Робота сил поля по переміщенню заряду $A' = q(\varphi_1 - \varphi_2)$

Робота зовнішніх сил A може бути записана у вигляді:

$$A = -q(\varphi_1 - \varphi_2) = q(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Потенціали точок початку і кінця шляху виражаться формулами:

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1}, \quad \varphi_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2}$$

Підставляючи вирази φ_1 і φ_2 і враховуючи, що для цього випадку заряд, що переноситься $q = q_2$, одержимо $A = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$.

Підставивши значення величин і обчисливши, знайдемо: $A = 180 \text{ мкДж}$.

Задача 4. Плоский конденсатор заряджений до різниці потенціалів $U = 1 \text{ кВ}$. Відстань d між пластинами дорівнює 1 см . Об'єм між пластинами заповнений склом. Визначити об'ємну густину енергії конденсатора.

Розв'язання

Дано

$$\begin{array}{l} U = 1 \text{ кВ} = 10^3 \text{ В} \\ d = 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м} \\ \epsilon = 2 \\ w = ? \end{array}$$

Об'ємна густина енергії поля конденсатора:

$$w = W/V \quad (1)$$

де W – енергія поля конденсатора, V – об'єм, який займає поле – об'єм простору, який охоплюють пластини конденсатора. Енергія поля конденсатора

визначається за формулою:

$$W = \frac{CU^2}{2} \quad (2)$$

де U – різниця потенціалів, до якої заряджені пластини конденсатора; C – його електроємність.

Але $C = \epsilon \epsilon_0 S / d$, $V = Sd$

Діелектрична проникність скла $\epsilon = 2$. Підставивши вираз C у формулу (2), а потім вирази W і V у формулу (1), одержимо

$$w = \frac{\epsilon \epsilon_0 U^2}{2d^2} \quad (3)$$

Підставивши значення величин і обчисливши, одержимо: $w = 0,309$ Дж/м³.

Задача 5. Конденсатор, заряджений до напруги 100 В, з'єднують із конденсатором із такою самою ємністю, але зарядженим до напруги 200 В: один раз однойменно зарядженими обкладками, а інший – різнойменно зарядженими обкладками. Яка напруга встановиться між обкладками в обох випадках?

Дано: $U_1 = 100$ В, $U_2 = 200$ В, $C_1 = C_2 = C$	<i>Розв'язування</i> Спочатку знайдемо заряди на обкладках конденсаторів до з'єднання: $q_1 = CU_1$, $q_2 = CU_2$.
$U^I, U^{II} - ?$	

Розглянемо перший випадок. При з'єднанні однойменних обкладок загальний заряд батареї дорівнює сумі зарядів на обкладках до з'єднання (паралельне): $q^I = q_1 + q_2 = CU_1 + CU_2 = C(U_1 + U_2)$.

Напруга на батареї після з'єднання (12.3): $U^I = \frac{q^I}{C^I}$

Оскільки конденсатори з'єднуються паралельно: $C^I = C_1 + C_2 = 2C$.

Підставляємо у вираз для знаходження U^I знайдену напругу та ємність:

$$U^I = \frac{q^I}{C^I} = \frac{C(U_1 + U_2)}{2C} = \frac{U_1 + U_2}{2}$$

Тепер переходимо до розгляду другого випадку. При з'єднанні різнойменних обкладок загальний заряд відповідно до можна визначити як

$$q^{II} = q_2 - q_1 = CU_2 - CU_1 = C(U_2 - U_1),$$

де $q_2 > q_1$, оскільки $U_2 > U_1$. Далі розв'язок аналогічний першому випадку:

$$U^{11} = \frac{q^{11}}{C^{11}} = \frac{C(U_2 - U_1)}{2C} = \frac{U_2 - U_1}{2}$$

Розрахуємо відповідні значення:

$$U^1 = \frac{100 + 200}{2} = 150(B)$$

$$U^1 = \frac{200 - 100}{2} = 50(B)$$

За результатами обчислень отримаємо відповідно результат: 150 В та 50В.

Інтегровані задачі з розв'язками в RStudio

Задача 6. Векторне поле точкового заряду. Обчислити та побудувати векторне поле напруженості $E(x,y)$ точкового заряду $q = 10^{-6}$ Кл у площині. Для побудови використовуємо з сітку точок (векторизація).

$$E = k \frac{q}{r^3} \vec{r}$$

R-код:

```
library(ggplot2)
k <- 9e9
q <- 1e-6
x <- seq(-1, 1, length=20)
y <- seq(-1, 1, length=20)
grid <- expand.grid(x=x, y=y)
r <- sqrt(grid$x^2 + grid$y^2)
# уникнення ділення на 0
r[r == 0] <- 1e-9
grid$Ex <- k*q*grid$x / r^3
grid$Ey <- k*q*grid$y / r^3
ggplot(grid, aes(x, y)) +
```

```
geom_segment(aes(xend=x+Ex*1e-5, yend=y+Ey*1e-5),
arrow=arrow(length=unit(0.1,"cm")))) +
coord_equal() +
ggtitle("Векторне поле E")
```

Задача 7. Суперпозиція полів – диполь. Побудувати множину ліній електричного поля двох зарядів ($+q$) і ($-q$), розташованих на відстані (d).

R-код:

```
k <- 9e9
q <- 1e-6
d <- 0.2
x <- seq(-1, 1, length=30)
y <- seq(-1, 1, length=30)
grid <- expand.grid(x=x, y=y)
r1 <- sqrt((grid$x - d/2)^2 + grid$y^2)
r2 <- sqrt((grid$x + d/2)^2 + grid$y^2)
r1[r1 == 0] <- 1e-9
r2[r2 == 0] <- 1e-9
Ex <- k*q*(grid$x - d/2)/r1^3 - k*q*(grid$x + d/2)/r2^3
Ey <- k*q*(grid$y)/r1^3 - k*q*(grid$y)/r2^3
grid$Ex <- Ex
grid$Ey <- Ey
library(ggplot2)
ggplot(grid, aes(x, y)) +
geom_segment(aes(xend=x+Ex*1e-5, yend=y+Ey*1e-5),
arrow=arrow(length=unit(0.1,"cm")))) +
coord_equal() +
ggtitle("Електричний диполь")
```

Задача 8. Графік залежності $E(r)$. Побудувати графік залежності напруженості електричного поля від відстані для точкового заряду.

$$E(r) = k \frac{q}{r^2}$$

R-код:

```
k <- 9e9
q <- 1e-6
r <- seq(0.01, 1, length=100)
E <- k*q / r^2
plot(r, E, type="l", col="blue", lwd=2,
     main="E(r)", xlab="r", ylab="E")
```

Задача 9. Потенціал і його градієнт. Обчислити потенціал електричного поля $\phi(r)$ та визначити чисельне значення градієнта напруженості.

$$E = - \frac{d\phi}{dr}$$

R-код:

```
k <- 9e9
q <- 1e-6
r <- seq(0.01, 1, length=100)
phi <- k*q / r
# чисельна похідна
dr <- diff(r)
dphi <- diff(phi)
E_num <- -dphi / dr
plot(r[-1], E_num, type="l", col="red", lwd=2,
     main="Чисельне E(r)")
```

Задача 10. Ємність як функція геометрії. Дослідити та виразити графічно залежність ємності конденсатора від відстані між пластинами.

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

R-код:

```
epsilon0 <- 8.85e-12
S <- 0.01
d <- seq(0.0005, 0.01, length=100)
C <- epsilon0 * S / d
plot(d, C, type="l", col="darkgreen", lwd=2,
     main="C(d)", xlab="d", ylab="C")
```

Задача 11. Енергія конденсатора та оптимізація. Знайти залежність енергії електричного поля від напруги та визначити максимум при обмеженні.

$$W = \frac{1}{2} CV^2$$

R-код:

```
C <- 1e-6
V <- seq(0, 100, length=100)
W <- 0.5 * C * V^2
plot(V, W, type="l", col="purple", lwd=2,
     main="Енергія конденсатора", xlab="V", ylab="W")
# приклад оптимізації (обмеження)
f <- function(V) -0.5*C*V^2
optimize(f, interval=c(0,100))
```

Задача 12. 3D: потенціал електричного диполя. Обчислити та побудувати 3D-поверхню потенціалу електричного поля диполя заряди +q і -q, розділені відстанню d.

Потенціал – це сума потенціалів від кожного заряду: $\varphi(x, y) = k\left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2}\right)$

де:

r_1, r_2 – відстані до зарядів

$$k = 9 \cdot 10^9$$

В ході розв'язування створюємо сітку точок (x, y), обчислюємо потенціал одразу для всієї матриці (векторизація) та будуємо 3D поверхню.

R-код:

```
library(plotly)
k <- 9e9
q <- 1e-6
d <- 0.2
# сітка
x <- seq(-1, 1, length=60)
y <- seq(-1, 1, length=60)
# матриця потенціалу
phi <- outer(x, y, Vectorize(function(x, y) {
  r1 <- sqrt((x - d/2)^2 + y^2)
  r2 <- sqrt((x + d/2)^2 + y^2)
  # уникнення нуля
  if (r1 == 0) r1 <- 1e-9
  if (r2 == 0) r2 <- 1e-9
  k * (q/r1 - q/r2)
}))
# 3D графік
plot_ly(x=x, y=y, z=phi) %>%
  add_surface(colorscale="RdBu") %>%
  layout(title="3D потенціал електричного диполя",
  scene=list(
    xaxis=list(title="x"),
    yaxis=list(title="y"),
    zaxis=list(title="φ")
  ))
```

Електростатика вивчає взаємодію нерухомих електричних зарядів через електричне поле. У виконаних задачах було досліджено основні закономірності

електростатики із застосуванням методів обчислювальної фізики в середовищі RStudio. Отримані результати узгоджуються з теоретичними положеннями електростатики та демонструють практичне застосування програмування для розв'язання фізичних задач.

Інтегровані завдання до розділу 2

1. Векторна сума сил: На площині задано координати n точкових зарядів. Напишіть функцію в R, яка приймає матрицю координат та вектор значень зарядів, і обчислює результуючу силу, що діє на пробний заряд у точці $(0,0)$.

2. Моделювання сітки: Створіть скрипт, який генерує 100 випадкових зарядів у квадраті 10×10 м. Використовуючи закон Кулона, знайдіть пару зарядів, між якими діє максимальна сила відштовхування.

3. Закон обернених квадратів: Побудуйте графік залежності сили $F(r)$ від відстані $r \in [0.1, 5]$ метрів для двох зарядів по 1 мкКл. Використовуйте ggplot2.

4. Пошук рівноваги: Два заряди $q_1 = 4 \text{ нКл}$ та $q_2 = 1 \text{ нКл}$ розташовані на відстані 1 м. Напишіть чисельний метод (наприклад, метод бісекції) в R, щоб знайти точку на прямій між ними, де напруженість поля дорівнює нулю.

5. Вплив похибки: Припустимо, прилад вимірює відстань r із нормальним розподілом помилки $\sigma = 0.01 \text{ м}$. Проведіть симуляцію Монте-Карло (1000 ітерацій) для розрахунку сили Кулона та побудуйте гістограму розподілу отриманих значень сили.

6. Карта потенціалу: Створіть 2D-сітку (expand.grid) координат x , y . Обчисліть потенціал $\varphi = \sum \frac{kq_i}{r_i}$ від системи трьох зарядів. Візуалізуйте це за допомогою geom_contour.

7. Градієнт поля: Використовуючи розраховану сітку потенціалів з попередньої задачі, обчисліть компоненти вектора напруженості $E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x}$ та $E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta y}$ чисельним диференціюванням.

8. Лінії напруженості: Побудуйте векторне поле (quiver plot) для електричного диполя, використовуючи пакет metR або базові засоби ggplot2.

9. Робота поля: Напишіть функцію для обчислення лінійного інтеграла (чисельно), щоб знайти роботу з переміщення заряду по заданій траєкторії $y = x^2$ у полі точкового заряду.

10. Потенціал кільця: Напишіть скрипт для обчислення потенціалу в точці на осі тонкого зарядженого кільця шляхом чисельного інтегрування (розбиття кільця на n сегментів).

11. Метод зображень: Напишіть алгоритм для розрахунку сили взаємодії між точковим зарядом q та нескінченною провідною площиною. Побудуйте результуюче поле над площиною.

12. Поляризація: Розрахуйте напруженість поля всередині діелектрика з проникністю ϵ , якщо задано зовнішнє поле E_0 . Побудуйте графік $E(\epsilon)$ для переліку матеріалів (вакуум, скло, вода, титанат барію).

13. Граничні умови: Реалізуйте функцію, що перевіряє заломлення ліній напруженості на межі двох діелектриків за вектором падіння та значеннями ϵ_1 , ϵ_2 .

14. Заряджена куля: Обчисліть та візуалізуйте розподіл поля $E(r)$ для провідної кулі радіуса R , порівнявши його з полем діелектричної кулі, рівномірно зарядженої по об'єму.

15. Ємність системи: Напишіть функцію для розрахунку загальної ємності змішаного з'єднання конденсаторів, яке задане у вигляді списку (структура даних "дерево" або "граф").

16. Зарядка конденсатора: Моделюйте процес зарядки RC - ланцюга. Розв'яжіть диференціальне рівняння $\frac{dq}{dt} = \frac{W - q/C}{R}$ за допомогою функції ode з пакету deSolve.

17. Енергія поля: Обчисліть енергію плоского конденсатора. Як зміниться енергія, якщо розсунути пластини, не відключаючи від джерела? Напишіть код для порівняння двох сценаріїв (постійний заряд vs постійна напруга).

18. Оптимізація ємності: Студенту дано фіксований об'єм діелектрика. Знайдіть оптимальне співвідношення площі пластин та відстані між ними для досягнення максимальної пробивної напруги (враховуючи електричну міцність матеріалу).

19. Аналіз даних: Завантажено CSV-файл із вимірами напруги на конденсаторі в часі. Використайте лінійну регресію (lm) до логарифмованих даних, щоб визначити сталу часу τ та ємність C .

20. Конденсатор із шарами: Обчисліть ємність плоского конденсатора, заповненого трьома шарами різних діелектриків різної товщини. Створіть функцію, яка автоматизує цей розрахунок для n шарів.

Порада для студентів: Для математичних констант використовуйте:

$$k = 8.987 \cdot 109 \text{ (Н*м}^2\text{)/Кл}^2; \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

Контрольні питання до розділу 2

1. Електричний заряд, дискретність. Дайте визначення закону збереження заряду.
2. Наведіть формулювання закону Кулона.
3. Дайте визначення діелектричної проникливості.
4. Дайте визначення напруженості електричного поля.
5. Дайте визначення електростатичного поля.
6. Яке електростатичне поле називається однорідним.
7. Дайте визначення принципу суперпозиції для напруженості електричного поля.
8. Дайте визначення потенціалу електричного поля.
9. Дайте визначення принципу суперпозиції для потенціалу електричного поля.
10. Знайдіть зв'язок напруженості й потенціалу електричного поля.
11. Знайдіть циркуляцію напруженості електричного поля.
12. Яке поле є потенціальним?

13. Поясніть термін еквіпотенціальна поверхня.
14. Поясніть яке поле є вихровим?
15. Визначте взаємне розташування силових ліній та еквіпотенціальних поверхонь.
16. Знайдіть напруженість та потенціал поля точкового заряду.
17. Як обчислити напруженість електричного поля на осі зарядженого кільця.
18. Як обчислити напруженість електричного поля на осі зарядженого диска.
19. Поясніть напруженість електричного поля диполя.
20. Опишіть взаємодію диполя із неоднорідним електричним полем.
21. Дайте визначення механічної потенціальної енергії W_m диполя в електричному полі.
22. Дайте визначення «просторовий (тілесний) кут».
23. Поясніть потік вектора напруженості $\vec{E}$.
24. Дайте визначення теореми Остроградського-Гауса.
25. Фізичний зміст теореми Остроградського-Гауса.
26. Які матеріали називають провідниками.
27. Поясніть принцип дії електростатичного захисту.
28. Які матеріали називають діелектриками.
29. Які діелектрики називаються неполярним.
30. Які діелектрики називаються полярним.
31. Поясніть вектор поляризації діелектрика.
32. Поляризації діелектрика зовнішнє поле виконує роботу.
33. Сегнетоелектрики. Явище «петля гістерезису».
34. Напруженість поля $\vec{E}$ зарядженого циліндра.
35. Напруженість поля $\vec{E}$ зарядженої сфери та її потенціал.
36. Електростатичне поле в діелектрикові.
37. Індукція електростатичного поля.

38. Теорема Остроградського-Гауса для індукції.
39. Граничні умови для електричного поля в діелектрику.
40. Електроємність відокремленого провідника.
41. Поясніть будову та принцип дії конденсатора.
42. Чому дорівнює ємність плоского конденсатора.
43. Електроємність циліндричного конденсатора.
44. Електроємність сферичного конденсатора.
45. Системи з'єднаних конденсаторів.
46. Електрична енергія відокремленого зарядженого провідника.
47. Енергія системи з N нерухомих точкових зарядів.
48. Як обчислити енергію конденсатора.
49. Сила тяжіння між пластинами зарядженого конденсатора.
50. Енергія електростатичного поля.
51. Процес релаксації у контурі з ємністю.
52. Густина енергії електростатичного поля.
53. Поляризація молекул, вектор поляризованості середовища.
54. Електростатичне поле у діелектрику.
55. Густина енергії поля в діелектрику.
56. Діелектрична проникливість. Індукція електростатичного поля.
57. Теорема Остроградського-Гауса для D .

РОЗДІЛ 3. ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

3.1. Постійний електричний струм

Електричним струмом називається впорядкований рух заряджених частинок у речовині чи у вакуумі (електричні струми в металах, електролітах, іонізованих газах, плазмі, напівпровідниках, пучки електронів чи інших заряджених частинок у вакуумі).

Якщо за час dt через поперечний переріз провідника пройде заряд dq , то за визначенням величина I є сила струму.

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (3.1)$$

Густина струму за визначенням є

$$j = \frac{dI}{dS_n} \quad (3.2)$$

де dI – струм через переріз провідника $dS_n = dS \cdot \cos \alpha$, перпендикулярний напрямкові струму. Для сталого в часі протікання заряду у провіднику сила струму становить

$$I = \frac{q}{t} \quad (3.3)$$

де q – заряд, що пройшов через переріз провідника за час t . Такий струм називають постійним.

Густина струму j лінійно залежить від концентрації носіїв струму n , величини заряду e та середньої швидкості направленого руху $\vec{V}_d$ і дорівнює

$$\vec{j} = ne\vec{V}_d \quad (3.4)$$

Коефіцієнт σ називається провідністю і він дорівнює

$$\sigma = \frac{q^2 n \lambda}{2mV_\tau} = n\lambda u \quad (3.5)$$

Провідність σ чисельно дорівнює густині струму при одиничній напруженості поля у провіднику, а вираз (3.5) має назву диференціального

закону Ома. Визначення провідності σ , є змістом класичної теорії електропровідності провідників.

З диференціального закону Ома можна безпосередньо одержати інтегральний закон. Остаточно з маємо вираз для закону Ома в інтегральній формі який він установив експериментально.

$$IR = U \quad (3.6)$$

Отже, сила струму в провіднику прямо пропорційна прикладеній напрузі та обернено пропорційна його опору. Цей закон є одним із основних у електротехніці та широко використовується для розрахунку електричних кіл.

3.2.Робота і потужність струму.

1. Нехай на неоднорідній ділянці кола 1 - 2 діє електрорушійна сила .

Тоді загальна напруга:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon \quad (3.7)$$

і роботу переміщення заряду q визначимо так:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon) \quad (3.8)$$

Отже, коли на ділянці кола діє ЕРС, то роботу виконують і сили електричного поля, і сили стороннього поля.

2. Для замкнутого електричного кола $\varphi_1 = \varphi_2$; робота електричних сил дорівнює нулю. Тоді

$$A = q\varepsilon = I\varepsilon t \quad (3.9)$$

Якщо виконується закон Ома, то:

$$A = \frac{\varepsilon^2 t}{R + r} \quad (3.10)$$

або

$$A = I^2 (R + r)t \quad (3.11)$$

Рівняннями (3.10 та 3.11) виражена робота джерела в усьому електричному колі. Вона складається з двох частин: роботи всередині джерела I^2rt (некорисна робота) і роботи на зовнішній ділянці кола I^2Rt (корисна робота). Розглянемо цю роботу окремо.

3. На однорідній ділянці кола ЕРС не діє, формулу (3.8) запишемо так:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU = IUt \quad (3.12)$$

Це рівняння виражає роботу електричного струму або енергію рухомих заряджених частинок на зовнішній ділянці кола.

Потужність вимірюється роботою, виконаною за одиницю часу, тобто

$$P = \frac{A}{t} \quad (3.13)$$

Тоді повна або загальна потужність, яку розвиває джерело, або:

$$P_{\text{заг}} = I\varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{R+r} = I(R+r) \quad (3.14)$$

Потужність, яку поглинає споживач (корисна):

$$P_{\text{кор}} = IU = I^2R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2} \quad (3.15)$$

Коефіцієнт корисної дії:

$$\eta = \frac{P_{\text{кор}}}{P_{\text{заг}}} = \frac{R}{R+r} \quad (3.16)$$

де r - внутрішній опір джерела і підвідних проводів.

Отже, режим роботи джерела при заданих r залежить від опору споживача R . Розглянемо окремі випадки.

1. Коротке замикання: $R = 0$. Тоді:

$$I = \frac{\varepsilon}{r}; P_{\text{кор}} = 0; P_{\text{заг}} = \frac{\varepsilon^2}{r}; \eta = 0 \quad (3.17)$$

Отже, сила струму і загальна потужність будуть максимальні, але корисна потужність і коефіцієнт корисної дії дорівнюватимуть нулю. Уся потужність, яка розвивається, витрачається на нагрівання джерела, і воно може зіпсуватись. Коротке замикання шкідливе.

2. Нехай $R = r$. За таких умов корисна потужність буде максимальною:

$$P_{\text{кор}} = \frac{\varepsilon^2}{4r}; P_{\text{заг}} = \frac{\varepsilon^2}{2r}; \eta = 0,5 \quad (3.18)$$

У цьому випадку в навантаженні розвивається максимальна корисна потужність, яка дорівнює чверті загальної потужності при короткому замиканні. Але тільки половина корисної потужності витрачається корисно, а друга половина - марно, тобто витрачається в джерелі і підвідних проводах;

3. Нехай $R \gg r$, тоді:

$$I = \frac{\varepsilon}{R}; P_{\text{кор}} = \frac{\varepsilon^2}{R}; P_{\text{заг}} = \frac{\varepsilon^2}{R}; \eta \rightarrow 1 \quad (3.19)$$

Сила струму в колі мала, корисна і загальна потужності також малі, але ККД максимальний; майже вся потужність джерела виділяється в навантаженні.

3.3. Закон Джоуля - Ленца

Досліди показують, що в провіднику із струмом виділяється теплота і провідник при цьому нагрівається. Це пояснюється тим, що носії струму, рухаючись напрямлено, зустрічають опір у середовищі провідника. Енергія струму повністю перетворюється у внутрішню, якщо в провіднику не виконується ніяка інша робота проти хімічних або механічних сил і спад напруги зумовлений лише електричним опором. Якщо ж виконується робота проти хімічних або механічних сил, то тільки частина енергії перетворюється у внутрішню.

Джоуль і Ленц незалежно один від одного, вивчаючи теплову дію електричного струму, експериментальне прийшли до такого закону: кількість теплоти Q , що виділяється в провіднику на ділянці кола, прямо пропорційна квадрату сили струму I^2 , опорі провідника R і часу проходження струму t , тобто:

$$Q = kI^2Rt \quad (3.20)$$

Оскільки I^2Rt - робота струму, то $Q = kA$, де k - коефіцієнт, який залежить від вибору одиниць вимірювання Q і A (одиниць I, R, t). У СІ кількість теплоти Q і роботу A вимірюють у джоулях, тому $k = 1$, отже:

$$Q = I^2Rt \quad (3.21)$$

Якщо підставити значення із закону Ома, то формула (3.21) матиме вигляд:

$$Q = \frac{U^2}{R}t \quad (3.22)$$

Закон Джоуля-Ленца виражає енергію джерела, яка перетворюється у внутрішню енергію провідника. Теплову дію електричного струму широко використовують у техніці, зокрема, в електрозварюванні, в плавильних і сушильних печах, в технології гартування сталей та ін.

Фізичний зміст опору R провідника можна установити з виразу $j=enV_d$, де величина заряду e та концентрація n є сталими величинами. Збільшення чи зменшення струму відбувається при зменшенні чи збільшенні дрейфової швидкості

Експеримент показує, що для високих температур питомий опір металів залежить від температури лінійно

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha\Delta T) \quad (3.23)$$

У цьому виразі ρ_0 – питомий опір при $T_0 = 273,15$ К, $\Delta T = T - T_0$, α – температурний коефіцієнт опору.

В 1911 році голландський інженер Камерлінг-Оннес відкрив явище надпровідності, яке полягає у тому, що при температурах менших 4К ртуть втрачає електричний опір. Явище надпровідності було зафіксовано при гелійових температурах у ряду металів та сплавів – Pb, Zn, Al, вісмут із золотом та інші. На Рис.3.1. зображена залежність питомого опору металу (сплаву) від температури.

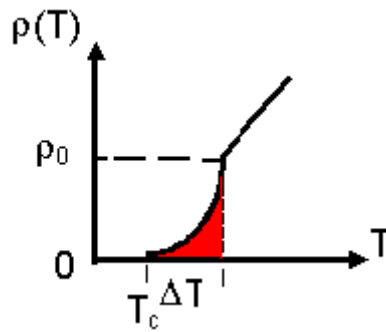


Рис.3.1. Залежність питомого опору $\rho(T)$ від температури

Існує скінчений інтервал температури перехідної області ΔT_c від звичайного стану до стану надпровідності. Для чистих надпровідників $\Delta T_c \approx 10^{-3}$ К. Про характер опору електричному струму надпровідника говорить той факт, що струм, створений за рахунок електромагнітної індукції у кільцевому надпровіднику, може існувати роками.

При сполученні тіл із різними потенціалами провідником у ньому за рахунок кулонівських сил $\vec{F}_k$ виникає спадний у часі струм, що приводить до **вирівнювання потенціалів** і подальшого **припинення струму у провіднику**. Одержана формула виражає закон Ома для неоднорідної ділянки кола, яка містить джерело сторонніх сил

$$RI = (\phi_1 - \phi_2) + \varepsilon_{1-2} \quad (3.24)$$

3.4. Носії струму в рідинах та газах

В умовах динамічної рівноваги дисоціації та молізації електроліт характеризується коефіцієнтом дисоціації α , який дорівнює відношенню числа дисоційованих молекул до їх загального числа в розчині. Тепер вираз для маси може бути записано у вигляді

$$m = \frac{MQ}{ZF} 10^{-3} = kQ \cdot 10^{-3} \text{ кг}, k = \frac{k_x}{F}, k_x = \frac{M}{Z} \quad (3.25)$$

Коефіцієнт k називається електрохімічним еквівалентом іона, а коефіцієнт k_x називається хімічним еквівалентом іона.

Для характеристики здатності частинок газу іонізуватися, вводиться поняття потенціалу іонізації $\phi_i = \frac{A}{e}$, де e - заряд електрона.

Таблиця 3.1.

Потенціали іонізації деяких речовин

атоми	H	He	O	N	Ne	Cl	Na	Hg	K	Ar
ϕ_i, eV	13.6	24.6	13.6	14.5	21.6	13.0	5.14	10.4	4.34	15.8
молекули	H ₂	O ₂	H ₂ O	N ₂	NO ₂	Cl ₂	CO ₂	CO	HCl	NO
ϕ_i, eV	15.4	12.2	12.6	15.6	12.3	11.3	13.8	14.0	12.6	9.2

Кількісною характеристикою процесу іонізації є інтенсивність іонізації, яка визначається числом новоутворених пар різнойменних зарядів за одиницю часу.

Таким чином ударна іонізація можлива при виконанні умови

$$mV^2/2 \geq A_i(1 + m/M) \quad (3.26)$$

Одночасно з процесом іонізації відбувається зворотній процес – процес рекомбінації іонів та електронів – перетворення іонів у нейтральні атоми чи молекули.

При високих температурах речовина переходить у стан, який називається плазмою. Плазма – іонізований газ, у якому об'ємні густини додатних ρ_+ та від'ємних ρ_- зарядів однакові за величиною, його об'єм значно більший характерного об'єму D^3 , у якому спостерігається порушення рівноваги числа додатних та від'ємних зарядів. Величина D називається Дебаєвським радіусом екранування і залежить від температури плазми $D \sim \sqrt{T}$. Фізичним змістом Дебаєвського радіуса екранування є те, що на відстанях більших за D від іона чи електрона їх електростатичне поле екранується повністю.

Така плазма має властивості ідеального газу і добре описується рівнянням

$$p = nkT \quad (3.27)$$

Відношення числа іонізованих атомів до їх загального числа у плазмі називається ступенем іонізації плазми.

Утворення плазми відбувається за рахунок термічних процесів ($T > 10^4 \div 5 \text{ K}$), ударної іонізації, фотоіонізації. За рахунок великої електропровідності, плазма сильно взаємодіє із зовнішніми електричними та магнітними полями. Взаємодія між частинками усередині плазми відбувається за рахунок далекодії кулонівських сил і носить колективний, а не парний характер. В цьому відношенні плазма має властивості пружного середовища, в якому збуджуються й розповсюджуються коливання в тому числі й коливання об'ємного заряду, так звані ленгмюлерівські коливання плазми.

Плазма – найбільш розповсюджений стан речовини у Всесвіті. Він утворюється за рахунок термоядерних реакцій синтезу усередині зірок, фотоіонізації у холодних туманностях та міжзоряному просторі. Радіаційні пояси Землі є також плазмою. Низькотемпературна плазма має широке застосування в прикладних областях: джерелах денного світла, реактивних двигунах, для зварювання та різання металів. Найбільші надії пов'язуються із створенням керованих термоядерних реакторів, де основним робочим середовищем є плазма з високою температурою та густиною.

3.5. Контактні та термоелектричні явища в металах

При $T > 0 \text{ K}$, за рахунок теплової енергії $E = kT$, вільні електрони мають можливість відриватися від поверхні кристала.

Ця робота рівна

$$A = e\Delta\phi, \Delta\phi = \phi_+ - \phi_- \quad (3.28)$$

де $\Delta\phi$ – поверхнева різниця потенціалів.

Перший закон Вольта.

При сполученні двох провідників, виготовлених із різнорідних металів А та В, між їх вільними кінцями виникає контактна різниця потенціалів, величина якої залежить виключно від хімічної природи та температури провідників. Вольтом був установлений ряд металів, у якому кожен попередній метал при контакті з одним із наступних електризується позитивно. Ряд цей такий: Al, Zn, Cd, Pb, Sb, Bi, Hg, Fe, Cu, Ag.

Другий закон Вольта.

Різниця потенціалів між кінцями ланцюга, з'єднаних різнорідних провідників, що мають однакову температуру, не залежить від хімічного складу проміжних провідників, і дорівнює контактній різниці потенціалів, що виникає при безпосередньому з'єднанні крайніх провідників.

Розрахунки класичної теорії показують, що $\Delta\phi''$ визначається так

$$\Delta\phi'' = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} \quad (3.29)$$

де k – стала Больцмана, e – заряд електрона. По порядку величини для кімнатних температур $\Delta\phi'' \approx 0.03$ В.

У 1821 році Зеебек виявив, що у замкненому колі з двох різнорідних провідників, контакти яких знаходяться при різних температурах, виникає електрорушійна сила, яку назвали термоелектрорушійною – ТЕРС. Основними процесами, що створюють ТЕРС, є такі:

а) *Дифузія електронів.* В околиці контакту з більшою (меншою) температурою виникають електрони з енергіями більшими (меншими) ніж енергія Фермі. Це створює градієнт концентрації і потік гарячих електронів у напрямку холодного контакту.

б) *Зміна рівнів Фермі* в залежності від температури. Внутрішня контактна різниця потенціалів, що визначається рівнями Фермі й температурою, різна у гарячого й холодного контактів і їх різниця дає відповідний вклад у ТЕРС.

в) *Утягування електронів потоком фононів.*

Розрахунки показують, що величина термоелектрорушійної сили $\varepsilon_{\text{ТЕРС}}$ у замкненому колі визначається різницями потенціалів на контактах 1 та 2. Ця підстановка дає такі результати

$$\varepsilon_{\text{ТЕРС}} = \alpha \Delta T \quad (3.30)$$

де

$$\alpha = \frac{k}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}, \Delta T = T_2 - T_1 \quad (3.31)$$

Величина α називається коефіцієнтом термоелектрорушійної сили, характерної для кожної з пар металів.

Емісія електронів – це явище виходу електронів із поверхні твердого тіла або рідини під дією різних зовнішніх чинників. Кожен із видів емісії відрізняється механізмом передачі енергії електронам, достатньої для подолання роботи виходу з матеріалу, а самі тіла називаються емітерами.

Розрізняють:

- термоелектронну емісію (нагрівання тіл);
- вторинну електронну емісію (бомбардування поверхні електронами);
- іонно-електронну емісію (бомбардування поверхні іонами);
- фотоелектронну емісію (електромагнітне опромінення);
- автоелектронну емісію (зовнішнє електричне поле) та ін.

Ці процеси широко застосовуються в електроніці, вакуумних приладах, фотокатодах, електронних мікроскопах та джерелах струму. Дослідження емісії має важливе значення для розвитку сучасних технологій, зокрема напівпровідникової техніки та наноматеріалів.

3.6.Пасивні елементи: резистори, конденсатори, індуктивності

Пасивні елементи є базовими компонентами електричних кіл, які не потребують зовнішнього джерела живлення для виконання своїх функцій і не здатні посилювати енергію сигналу.

Резистор – це елемент, призначений для створення певного електричного опору. Його основною функцією є обмеження сили струму та розподіл напруги в колі. Номінальний опір (R) - основний параметр, що вимірюється в Омах (Ом). Допуск: Відхилення фактичного опору від номінального (y %). Розсіювана потужність (P) це максимальна потужність, яку резистор може витримати без пошкодження.

Основною характеристикою резистора є електричний опір, який вимірюється в омах (Ом). Залежність між напругою, струмом та опором визначається законом Ома (3.6)

Резистори поділяються на:

- постійні;
- змінні;
- підлаштувальні.

Постійні резистори мають фіксоване значення опору, змінні дозволяють регулювати опір вручну, а підлаштувальні використовуються для точного налаштування електронних схем.

Основними параметрами резисторів є:

- номінальний опір;
- допустиме відхилення;
- потужність розсіювання;
- температурний коефіцієнт.

Резистори широко використовуються у джерелах живлення, підсилювачах, вимірювальних пристроях та цифрових схемах.

Конденсатор – це пристрій для накопичення електричного заряду та енергії електричного поля. Він складається з двох провідних обкладок, розділених діелектриком; головною характеристикою є ємність, яка визначає здатність накопичувати заряд при заданій напрузі. Номінальна напруга це максимальна напруга, при якій конденсатор працює стабільно.

Основною характеристикою конденсатора є електрична ємність, що вимірюється у фарадах (Ф). Ємність визначається співвідношенням $C = \frac{q}{U}$

де:

C – ємність;

q – електричний заряд;

U – напруга.

Конденсатори застосовуються для:

- згладжування пульсацій напруги;
- фільтрації сигналів;
- накопичення енергії;
- формування часових затримок;
- роботи у коливальних контурах.

За типом діелектрика конденсатори поділяються на:

- керамічні;
- електролітичні;
- плівкові;
- танталові;
- паперові.

Важливими параметрами конденсаторів є:

- номінальна ємність;
- робоча напруга;
- допустиме відхилення;
- втрати енергії;
- температурна стабільність.

Котушка індуктивності – накопичує енергію у магнітному полі, що виникає навколо неї під час проходження струму. Вона чинить опір змінам сили струму, що протікає через неї, завдяки явищу самоіндукції. Індуктивність (L) вимірюється у Генрі (Гн). Характеризує здатність котушки протидіяти зміні струму.

Напруга на котушці визначається законом електромагнітної індукції:

$$U = -L \frac{dI}{dt}$$

де:

U – електрорушійна сила самоіндукції;

L – індуктивність;

$\frac{dI}{dt}$ – швидкість зміни струму.

Котушки індуктивності використовуються у:

- фільтрах;
- трансформаторах;
- генераторах;
- імпульсних джерелах живлення;
- радіотехнічних пристроях.

Індуктивності поділяються на:

- безсердечникові;
- феритові;
- дроселі;
- змінні котушки.

Основними параметрами є:

- індуктивність;
- активний опір обмотки;
- добротність;
- допустимий струм;
- резонансна частота.

Резистори, конденсатори та індуктивності є базовими пасивними елементами електроніки та електротехніки. Вони забезпечують регулювання струму й напруги, накопичення енергії, фільтрацію сигналів та формування електромагнітних процесів у схемах. Розуміння принципів роботи та характеристик пасивних елементів є необхідною основою для проєктування й аналізу електронних пристроїв.

3.7.З'єднання елементів (послідовне, паралельне, комбіноване)

У електротехніці та електроніці елементи електричних кіл можуть з'єднуватися різними способами залежно від призначення схеми, необхідних параметрів струму, напруги та опору. Основними типами з'єднання є послідовне, паралельне та комбіноване. Кожен із цих способів має власні особливості та правила розрахунку.

Спосіб з'єднання елементів визначає розподіл струмів і напруг у колі. Спосіб з'єднання визначає загальні характеристики кола, такі як еквівалентний опір, ємність або індуктивність.

Послідовне з'єднання: Елементи з'єднуються один за одним, утворюючи єдиний шлях для струму. При цьому сила струму в усіх точках кола однакова, а загальна напруга дорівнює сумі напруг на кожному елементі.

Паралельне з'єднання: Всі елементи підключаються до однієї пари вузлів. Напруга на всіх гілках однакова, а загальний струм дорівнює сумі струмів у кожній гілці.

Комбіноване (змішане) з'єднання: Це поєднання послідовних і паралельних ділянок, аналіз якого проводиться шляхом поступового спрощення окремих фрагментів кола до еквівалентних опорів.

Порівняльна характеристика типів з'єднання елементів електричного кола

Тип з'єднання	Характеристика струму (I)	Характеристика напруги (U)	Розрахунок опору (R)
Послідовне	Однаковий на всіх елементах	Сумується: $U = U_1 + U_2$	$R_{заг} = R_1 + R_2$
Паралельне	Сумується: $I = I_1 + I_2$	Однакова на всіх гілках	$1/R_{заг} = 1/R_1 + 1/R_2$
Комбіноване	Залежить від ділянки	Залежить від ділянки	Поетапне спрощення схеми

3.8. Закони Кірхгофа

Закони Кірхгофа є основою для розрахунку будь-яких складних електричних кіл. Закони Кірхгофа є фундаментальними правилами, що описують баланс струмів та напруг у розгалужених електричних колах.

Перше правило Кірхгофа: сума струмів, що приходять у вузол, дорівнює сумі струмів, що виходять із вузла. Якщо струмам, що виходять із вузла приписати від'ємний знак, а струмам, що входять – додатний, тоді перше правило Кірхгофа можна записати у вигляді

$$\sum_k I_k = 0 \quad (3.32)$$

Друге правило Кірхгофа

В розгалужених колах виділяються окремі замкнені контури, вершинами яких є вузли. Друге правило Кірхгофа можна записати у вигляді

$$\sum_i I_i R_i = \sum_k \varepsilon_k \quad (3.33)$$

Аналіз електричних кіл полягає у визначенні значень струмів, напруг та потужностей на всіх ділянках кола при відомих параметрах джерел живлення та опорів. Для цього використовують такі методи:

Метод контурних струмів: Вводяться умовні струми, що замикаються у незалежних контурах. базується на другому законі Кірхгофа і дозволяє зменшити кількість рівнянь.

Метод вузлових потенціалів: Розрахунок базується на визначенні потенціалів вузлів відносно опорного. Заснований на першому законі Кірхгофа.

Метод суперпозиції: Струм у вітці дорівнює сумі струмів від кожного джерела окремо.

Теорема Тевеніна: Будь-яке коло можна представити як еквівалентне джерело напруги з послідовним опором.

Перехідні процеси – це явища, що виникають у колах при переході від одного встановленого режиму роботи до іншого (наприклад, під час вмикання або вимикання живлення). Вони зумовлені наявністю енергоємних елементів – конденсаторів та котушок індуктивності, оскільки енергія в них не може змінюватися миттєво. Тривалість перехідного процесу залежить від сталої часу кола τ тау (тау), яка визначає швидкість заряджання конденсатора або наростання струму в котушці. Формули, які чітко описують перехідні процеси. Стала часу τ визначається параметрами кола:

для RC-кола (резистор + конденсатор):

$$\tau = RC \quad (3.34)$$

для RL-кола (резистор + котушка індуктивності):

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (3.35)$$

Це означає, що саме τ (тау) задає “швидкість” процесу. Для заряджання конденсатора напруга змінюється за законом:

$$U(t) = U_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (3.36)$$

Для розряджання:

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.37)$$

А для струму в RL-колі (наростання):

$$I(t) = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (3.38)$$

Фізично важливо:

– за час ($t = \tau$) величина досягає приблизно 63% від свого максимального значення;

– за (3τ) – ~95%;

– за (5τ) процес практично завершується (~99%).

Тому тривалість перехідного процесу зазвичай оцінюють як ($3-5\tau$).

Напруга на конденсаторі U_C та струм в індуктивності I_L не можуть змінюватися стрибком. Напруга на конденсаторі змінюється лише плавно (без розривів). Струм через котушку змінюється тільки безперервно. Отже, більш точно:

$U_C(t)$ – неперервна функція часу;

$I_L(t)$ – неперервна функція часу.

Приклади розв'язування задач до розділу 3

Задача 1. Визначити питомий опір провідника довжиною $l = 2$ м, якщо при густині струму $j = 106$ А/м² на його кінцях підтримується різниця потенціалів $U = 2$ В.

Дано $l = 2$ м, $j = 106$ А/м ² $U = 2$ В ρ -?
--

Розв'язання

За означенням густина струму

$$j = S/I, \quad (1)$$

де I – сила струму, S – площа поперечного перерізу

провідника. За законом Ома

$$U = I \cdot R \quad (2)$$

де U – напруга на кінцях провідника, I – струм, R – опір провідника, який знайдемо за формулою:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (3)$$

де ρ – питомий опір провідника, l – довжина провідника, S – площа поперечного перерізу провідника.

Підставивши у формулу (1) вирази для I та R з формул (2) та (3), одержимо:

$$j = \frac{U}{\rho l}, \quad (4)$$

звідки знайдемо питомий опір провідника:

$$U = \rho \cdot j \cdot l \quad (5)$$

Підставивши дані, одержимо $\rho = 10^{-6}$ Ом·м.

Задача 2. Сила струму в провіднику опором $R = 20$ Ом наростає протягом часу $\Delta t = 2$ с за лінійним законом від $I_0 = 0$ до $I = 6$ А. Визначити кількість теплоти, яка виділилась в цьому провіднику за першу секунду і за другу секунду.

Розв'язання

Дано
 $R = 20$ Ом
 $\Delta t = 2$ с
 $I_0 = 0$
 $I = 6$ А

Q - ?

Закон Джоуля-Ленца у вигляді справедливий для постійного струму. Якщо ж сила струму в провіднику змінюється, то вказаний закон справедливий для нескінченно малого інтервалу часу. В даній задачі сила струму є функцією часу, $k=6/2=3$

де $k = 3$ – коефіцієнт, що характеризує швидкість зміни сили струму:

$$I(t) = 3t$$

Тоді

$$Q = \int I^2 R dt$$

Проінтегруємо цей вираз в межах від t_1 до t_2 .

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} (3t)^2 R dt = 9R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt$$

Проведемо обчислення:

$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20 (1 - 0) = 60 \text{ (Дж)},$$

$$Q_2 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20 (8 - 1) = 420 \text{ (Дж)}.$$

Отже, за першу секунду в провіднику виділиться 60 Дж енергії, а за другу 420 Дж.

Задача 3. На балоні електролампи написано 300 Вт, 110 В. Який додатковий опір потрібно приєднати до цієї лампи, щоб при напрузі $U_1 = 127$ В вона працювала у нормальному режимі?

Розв'язання

Дано:

$U = 110$ В
 $P = 300$ Вт
 $U_1 = 127$ В

$R_{\text{д}} = ?$

Лампа розрахована на потужність $P = 300$ Вт і напругу $U = 110$ В.

Струм через лампу: $I = \frac{P}{U}$ (1)

Опір лампи: $R = \frac{U}{I}$ (2)

При напрузі $U_1 = 127$ В для нормальної роботи лампи через неї повинен проходити такий же струм I . Щоб його одержати, до джерела напруги послідовно з лампою повинен бути ввімкнений додатковий опір, на якому спадатиме надлишок напруги. Величина сумарного опору ділянки кола з урахуванням (1) буде

$$R_{\text{сум}} = \frac{U_1}{I} = \frac{U_1 U}{P}$$

Знаючи опір лампи (2), визначимо величину додаткового опору:

$$R_{\text{дод}} = R_{\text{сум}} - R = \frac{U_1 U}{P} - \frac{U}{I}$$

Величина додаткового опору $R_{\text{дод}} = 10,4$ Ом.

Інтегровані задачі з розв'язками в RStudio

Задача 1. Розрахунок еквівалентного опору. Обчисліть параметри кола що складається з резисторів $R_1=100$, $R_2=200$, $R_3=300$ Ом з'єднаних послідовно та паралельно.

Для послідовного з'єднання резисторів загальний опір дорівнює сумі опорів: $R_{\text{екв}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$. Для паралельного з'єднання: $1/R_{\text{екв}} = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots + 1/R_n$. Створити функції для розрахунку послідовного та паралельного опору. Використати ці функції для обчислення загального опору заданої конфігурації.

```
# Функція для послідовного з'єднання резисторів
```

```
res_series <- function(resistors) {  
  sum(resistors)  
}
```

```
# Функція для паралельного з'єднання резисторів
```

```
res_parallel <- function(resistors) {  
  1 / sum(1 / resistors)  
}
```

```
# Приклад: коло з резисторами R1=100, R2=200, R3=300 Ом
```

```
# Розрахунок послідовного з'єднання
```

```
R_total_series <- res_series(c(100, 200, 300))
```

```
cat("Задача 1: Еквівалентний опір (послідовне):", R_total_series, "Ом\n")
```

```
# Розрахунок паралельного з'єднання
```

```
R_total_parallel <- res_parallel(c(100, 200, 300))
```

```
cat("Задача 1: Еквівалентний опір (паралельне):", round(R_total_parallel, 2),  
"Ом\n")
```

Задача 2. Розрахунок ємності та індуктивності. Розрахувати загальну ємність для послідовного та паралельного з'єднання конденсаторів, а також загальну індуктивність для послідовного та паралельного з'єднання індуктивностей, якщо: $C_1=10\mu\text{F}$, $C_2=20\mu\text{F}$; $L_1=100\text{mH}$, $L_2=200\text{mH}$.

Для конденсаторів послідовне з'єднання аналогічне паралельному для резисторів, і навпаки. Для індуктивностей правила з'єднання такі ж, як і для резисторів. Створити функції для розрахунку еквівалентної ємності та індуктивності. Застосувати ці функції до заданих значень.

```
# Конденсатори: послідовно (як резистори паралельно), паралельно (як  
резистори послідовно)
```

```
cap_series <- function(capacitors) {  
  1 / sum(1 / capacitors)  
}
```

```
cap_parallel <- function(capacitors) {  
  sum(capacitors)  
}
```

```
# Індуктивності: послідовно (як резистори послідовно), паралельно (як  
резистори паралельно)
```

```
ind_series <- function(inductors) {  
  sum(inductors)  
}
```

```
ind_parallel <- function(inductors) {  
  1 / sum(1 / inductors)  
}
```

```
# Приклад:  $C_1=10\mu\text{F}$ ,  $C_2=20\mu\text{F}$ ;  $L_1=100\text{mH}$ ,  $L_2=200\text{mH}$ 
```

```
C_total_series <- cap_series(c(10e-6, 20e-6))
```

```
L_total_parallel <- ind_parallel(c(100e-3, 200e-3))
```

```
cat("Задача 2: Загальна ємність (послідовно):", round(C_total_series * 1e6,  
2), "uF\n")
```

```
cat("Задача 2: Загальна індуктивність (паралельно):", round(L_total_parallel  
* 1e3, 2), "mH\n")
```

Задача 3. Закони Кірхгофа для простого кола. Дано просте електричне коло з джерелом напруги та кількома резисторами. Використовуючи закони Кірхгофа, знайти струми у всіх гілках та напруги на резисторах.

Перший закон Кірхгофа (закон струмів) стверджує, що сума струмів, що входять у вузол, дорівнює сумі струмів, що виходять з нього. Другий закон Кірхгофа (закон напруг) стверджує, що алгебраїчна сума напруг у будь-якому замкнутому контурі дорівнює нулю.

Створити систему лінійних рівнянь на основі законів Кірхгофа та розв'язати її за допомогою матричних операцій в R (функція `solve()`).

```
# Розв'язання системи лінійних рівнянь для кола з двома контурами
```

```
# Контур 1:  $V_1 - I_1 \cdot R_1 - (I_1 - I_2) \cdot R_2 = 0 \Rightarrow I_1(R_1 + R_2) - I_2 \cdot R_2 = V_1$ 
```

```
# Контур 2:  $-I_2 \cdot R_3 - (I_2 - I_1) \cdot R_2 = 0 \Rightarrow -I_1 \cdot R_2 + I_2(R_2 + R_3) = 0$ 
```

```
#  $V_1 = 10\text{V}$ ,  $R_1 = 100$ ,  $R_2 = 200$ ,  $R_3 = 300\text{ Ом}$ 
```

```
V1 <- 10
```

```
R1 <- 100
```

```
R2 <- 200
```

```
R3 <- 300
```

```
# Матриця коефіцієнтів A та вектор вільних членів B
```

```
A <- matrix(c(R1 + R2, -R2, -R2, R2 + R3), nrow = 2, byrow = TRUE)
```

```
B <- c(V1, 0)
```

```
# Розв'язання системи
```

```
currents <- solve(A, B)
```

```
cat("Задача 3: Струми в контурах (I1, I2):", round(currents[1], 4), "A",  
round(currents[2], 4), "A\n")
```

Задача 4. Аналіз RC-кола постійного струму. Проаналізувати перехідний процес зарядки/розрядки конденсатора в RC-колі після подачі/зняття постійної напруги. Побудувати графіки залежності напруги на конденсаторі та струму в колі від часу.

Напруга на конденсаторі при зарядці описується формулою $V_c(t) = V_0 (1 - e^{-(t/RC)})$, де $RC = \tau$ (часова константа).

Використати аналітичні формули для обчислення напруги на конденсаторі та струму в колі в залежності від часу. Візуалізувати результати.

```
# Параметри: V=5V, R=1kOhm, C=100uF  
V_source <- 5
```

```
R_val <- 1000  
C_val <- 100e-6  
tau <- R_val * C_val  
# Часовий інтервал  
t <- seq(0, 5 * tau, length.out = 100)  
# Напруга на конденсаторі (зарядка)  
Vc <- V_source * (1 - exp(-t / tau))  
# Візуалізація (приклад виводу значень)  
cat("Задача 4: Напруга на конденсаторі через 1*tau:", round(Vc[t >= tau][1],  
2), "V\n")
```

Задача 5. Аналіз RL-кола постійного струму. Проаналізувати перехідний процес встановлення/зникнення струму в RL-колі після подачі/зняття постійної

напруги. Побудувати графіки залежності струму в індуктивності та напруги на ній від часу.

Теоретичні основи: Струм в індуктивності при встановленні описується формулою $I_L(t) = (V_0/R) (1 - e^{-(t/(L/R))}$, де $L/R = \tau$ (часова константа).

Використати аналітичні формули для обчислення струму в індуктивності та напруги на ній в залежності від часу. Візуалізувати результати.

```
# Параметри: V=10V, R=100Ohm, L=1H
```

```
V_source_rl <- 10
R_val_rl <- 100
L_val_rl <- 1
tau_rl <- L_val_rl / R_val_rl
# Часовий інтервал
t_rl <- seq(0, 5 * tau_rl, length.out = 100)
# Струм в індуктивності (встановлення)
Il <- (V_source_rl / R_val_rl) * (1 - exp(-t_rl / tau_rl))
cat("Задача 5: Струм в індуктивності через 1*tau:", round(Il[t_rl >=
tau_rl][1], 4), "A\n")
```

Інтегровані завдання до розділу 3

Завдання 1. Резистор має опір 220 Ом. Побудувати залежність сили струму від напруги в діапазоні від 0 до 10 В з кроком 0.5 В. Визначити значення струму при напрузі 5 В.

Завдання 2. Конденсатор ємністю 100 мкФ заряджається від джерела напруги 12 В через резистор 1 кОм. Обчислити та побудувати графік напруги на конденсаторі в інтервалі часу 0–1 с.

Завдання 3. Індуктивність 0.5 Гн підключена до джерела струму. Визначити зміну струму в колі протягом 2 секунд, якщо прикладена напруга 10 В.

Завдання 4. Обчислити еквівалентний опір кола, якщо:

- $R_1 = 100 \text{ Ом}$, $R_2 = 200 \text{ Ом}$ з'єднані послідовно
- отримана комбінація з'єднана паралельно з $R_3 = 150 \text{ Ом}$

Знайти загальний опір і струм у колі при напрузі 12 В.

Завдання 5. Для електричного кола задані три гілки зі струмами I_1 , I_2 , I_3 .

Система рівнянь:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$10 - 5I_1 - 2I_2 = 0$$

$$5 - 3I_2 - 4I_3 = 0$$

Знайти значення всіх струмів.

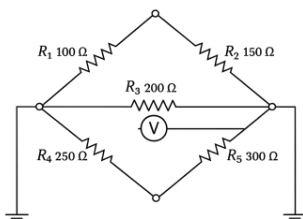
Завдання 6. У колі з напругою 24 В знаходяться два резистори: 6 Ом і 12 Ом, з'єднані паралельно. Знайти: струм у кожній гілці; загальний струм; потужність, що виділяється на кожному резисторі.

Завдання 7. RC-коло має параметри: $R = 2 \text{ кОм}$, $C = 50 \text{ мкФ}$, напруга джерела 10 В. Знайти напругу на конденсаторі в моменти часу: 0.1 с, 0.5 с, 1 с. Побудувати графік.

Завдання 8. Визначити час, за який конденсатор розрядиться до 5% від початкової напруги 12 В при $R = 1 \text{ кОм}$ і $C = 100 \text{ мкФ}$.

Завдання 9. Еквівалентний опір мостової схеми.

Дано мостову схему, що складається з п'яти резисторів: $R_1 = 100 \text{ Ом}$, $R_2 = 150 \text{ Ом}$, $R_3 = 200 \text{ Ом}$, $R_4 = 250 \text{ Ом}$, $R_5 = 300 \text{ Ом}$. Розрахуйте еквівалентний опір цієї схеми між двома заданими точками.



Необхідно провести перетворення в послідовне та паралельне з'єднання резисторів.

Створіть в RStudio функції для перетворення схем та розрахунку еквівалентного опору. Застосуйте їх для

спрощення та розрахунку загального опору.

Завдання 10. Еквівалентна ємність комбінованого з'єднання

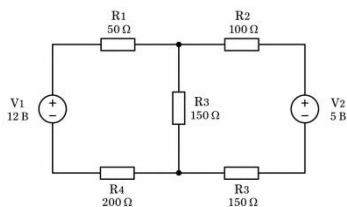
Маємо три конденсатори: $C_1 = 10 \text{ }\mu\text{F}$, $C_2 = 20 \text{ }\mu\text{F}$, $C_3 = 30 \text{ }\mu\text{F}$. Конденсатори C_1 та C_2 з'єднані паралельно, а C_3 послідовно до цієї паралельної гілки. Розрахуйте загальну ємність такого з'єднання.

Використайте функції RStudio для розрахунку еквівалентної ємності для різних типів з'єднань.

Завдання 11. Еквівалентна індуктивність комбінованого з'єднання

Дано три індуктивності: $L_1 = 50 \text{ мН}$, $L_2 = 75 \text{ мН}$, $L_3 = 100 \text{ мН}$. Індуктивності L_1 та L_2 з'єднані послідовно, а L_3 паралельно до цієї послідовної гілки. Розрахуйте загальну індуктивність схеми. Створіть функції RStudio для розрахунку еквівалентної індуктивності та застосуйте їх.

Завдання 12. Аналіз багатоконтурного кола за законами Кірхгофа



Електричне коло містить два джерела напруги $V_1 = 12 \text{ В}$, $V_2 = 5 \text{ В}$, $R_1 = 50 \text{ Ом}$, $R_2 = 100 \text{ Ом}$, $R_3 = 150 \text{ Ом}$, $R_4 = 200 \text{ Ом}$. Сформулюйте систему рівнянь за законами Кірхгофа та знайдіть струми у всіх гілках кола.

Створіть в RStudio матрицю коефіцієнтів та вектор вільних членів для системи лінійних рівнянь і розв'яжіть її за допомогою функції `solve()`.

Завдання 13. Метод вузлових потенціалів

Використайте метод вузлових потенціалів для визначення напруг у вузлах електричного кола, що містить джерело струму $I_s = 2 \text{ А}$ та три резистори $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 30 \text{ Ом}$, $R_3 = 40 \text{ Ом}$, з'єднані між двома вузлами та землею. Сформулюйте в RStudio систему лінійних рівнянь для вузлових потенціалів та розв'яжіть її.

Завдання 14. Розрядка конденсатора через змінний резистор

Конденсатор ємністю $C = 50 \text{ }\mu\text{F}$ заряджений до напруги $V_0 = 10 \text{ В}$. Він починає розряджатися через резистор, опір якого змінюється від $R_{\min} = 1 \text{ Ом}$ до $R_{\max} = 10 \text{ Ом}$. Побудуйте сімейство графіків залежності напруги на конденсаторі від часу для п'яти різних значень опору в заданому діапазоні.

Формула розрядки конденсатора $V_c(t) = V_0 e^{-t/RC}$.

Використайте цикл в RStudio для ітерації по різних значеннях R, обчисліть напругу та візуалізуйте результати на одному графіку.

Завдання 15. Перехідний процес в RL-колі при комутації

RL-коло складається з індуктивності $L=200$ мН та резистора $R=50$ Ом. Джерело напруги $V = 24$ В підключається до кола в момент часу $t=0$. Побудуйте графіки залежності струму в індуктивності та напруги на резисторі від часу.

Формули для встановлення струму в RL-колі $I_L(t) = \frac{V}{R} (1 - e^{-\frac{tR}{L}})$.

Обчисліть в RStudio значення струму та напруги для діапазону часу та візуалізуйте їх.

Завдання 16. Обчислити загальний опір ланцюга, що складається з 10 паралельно з'єднаних резисторів з різними номіналами.

Використовуючи технологію векторних операцій можна застосувати формулу $R_{total} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots}$, що в RStudio виглядає як $1/\text{sum}(1/R\text{vector})$.

Завдання 17. Побудувати графік зміни напруги на конденсаторі $U_C(t)$ та струму в колі $I(t)$ під час його заряджання через резистор.

Розв'язання рівняння $C \frac{du}{dt} + \frac{u}{R} = E$ використовуючи оператори RStudio. та побудувати графік експоненціального зростання напруги, оцінити вплив сталої часу $\tau = RC$. де τ – стала часу кола, яка визначає швидкість заряджання або розряджання конденсатора.

Завдання 18. Знайти струми у всіх 6 гілках розгалуженої схеми з двома джерелами живлення.

Побудувати в R матриці провідностей (або опорів) та використати стандартну функцію `solve(A, B)`. R знаходить невідомі потенціали або струми навіть для дуже великих матриць.

Контрольні питання до розділу 3

1. Дайте визначення струму, сила струму, густина струму.
2. Умови існування струму. Визначити, що $j = env$.
3. Класична теорія електропровідності σ .
4. Закон Ома в інтегральній та диференціальній формах.
5. Сторонні сили. ЕРС гальванічного елемента.
6. Напруга. Закон Ома для неоднорідної ділянки.
7. Закон Джоуля-Ленца у інтегральній та диференціальній формах.
8. Сформулюйте правила Кірхгофа.
9. Електропровідність рідин та газів. Поняття про плазму.
10. Робота виходу електрона.
11. Контактна різниця потенціалів, правила Вольта.
12. Поясніть явище термоелектрорушійна сила та термоелектронна емісія.
13. Сформулюйте основне призначення та назвіть одиниці вимірювання опору резистора, ємності конденсатора та індуктивності котушки.
14. Поясніть фізичну різницю між тим, як накопичують енергію конденсатор та котушка індуктивності.
15. Як розрахувати загальний опір кола, якщо три резистори з'єднані паралельно? Наведіть формулу.
16. При якому типі з'єднання (послідовному чи паралельному) сила струму залишається однаковою на всіх ділянках кола?
17. Що таке комбіноване з'єднання елементів і за яким алгоритмом проводиться його розрахунок?
18. Сформулюйте перший закон Кірхгофа. Який фізичний принцип покладено в його основу?
19. Поясніть зміст другого закону Кірхгофа для замкненого контуру.
20. У чому полягає суть методу вузлових потенціалів при аналізі складних електричних кіл?

21. Яка роль закону Ома у загальній методиці розрахунку параметрів схемотехнічних пристроїв?

22. Чому виникають перехідні процеси в електричних колах і які елементи є їх причиною?

23. Що таке «стала часу» (τ) і як вона впливає на швидкість заряджання конденсатора в RC-колі?

РОЗДІЛ 4. НАПІВПРОВІДНИКИ ТА ЕЛЕКТРОНІКА

4.1. Діоди та їх застосування

У світі інформаційних технологій, де електроніка є основою будь-якої системи, розуміння базових компонентів є одним із найважливіших аспектів. Діоди – це одні з найфундаментальніших напівпровідникових приладів, які відіграють ключову роль у функціонуванні майже всіх електронних пристроїв, від простих зарядних пристроїв до складних комп'ютерних систем.

Діод – це двохелектродний напівпровідниковий прилад, який пропускає електричний струм переважно в одному напрямку. Його можна уявити як електронний "односторонній клапан" або "вентиль" для електричного струму. Ця унікальна властивість діода базується на так званому р-n переході.

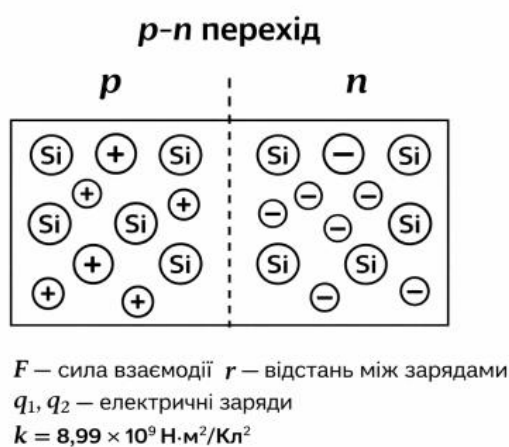


Рис.4.1. Схема р-n переходу в напівпровіднику

Основою більшості діодів є р-n перехід, який утворюється на межі двох типів напівпровідникових матеріалів: р-типу та n-типу.

Напівпровідник р-типу (від англ. positive) має надлишок "дірок" – вакансій для електронів, які поводяться як позитивні носії заряду.

Напівпровідник n-типу (від англ. negative) має надлишок вільних електронів, які є негативними носіями заряду.

Після утворення контакту між цими областями починається процес дифузії носіїв заряду. Електрони з n-області переходять у p-область, де вони рекомбінують з дірками. Водночас дірки з p-області переміщуються в n-область і також рекомбінують з електронами. У результаті цього процесу поблизу межі формується область, у якій практично відсутні вільні носії заряду. Цю область називають збідненим шаром або зоною просторового заряду.

У збідненому шарі залишаються нерухомі іони домішок: негативно заряджені акцепторні іони в p-області та позитивно заряджені донорні іони в n-області. Наявність цих зарядів призводить до виникнення внутрішнього електричного поля, яке напрямлене від n-області до p-області. Це поле створює потенціальний бар'єр, що перешкоджає подальшому переміщенню носіїв заряду через перехід.

Робота p-n переходу значною мірою залежить від зовнішньої напруги. Якщо до переходу прикласти напругу так, що позитивний полюс джерела з'єднаний з p-областю, а негативний – з n-областю, то це називається прямим зміщенням. У цьому випадку зовнішнє електричне поле послаблює внутрішнє поле переходу, потенціальний бар'єр зменшується, і носії заряду можуть вільно проходити через межу. Внаслідок цього через перехід протікає значний електричний струм.

Якщо ж підключити напругу навпаки – позитивний полюс до n-області, а негативний до p-області – виникає зворотне зміщення. У цьому випадку зовнішнє поле підсилює внутрішнє поле переходу, зона збіднення розширюється, а потенціальний бар'єр збільшується. Це практично повністю блокує рух основних носіїв заряду, і через перехід проходить лише дуже малий струм, який називають струмом витоку.

При достатньо великій зворотній напрузі може відбутися пробій p-n переходу. Це явище супроводжується різким зростанням струму і може бути як небезпечним (руйнування елемента), так і корисним (наприклад, у стабілітронах).

Таким чином, р-n перехід має властивість пропускати струм переважно в одному напрямку. Саме ця властивість робить його основою роботи напівпровідникових діодів, транзисторів, світлодіодів і багатьох інших електронних пристроїв.

Діод може працювати у двох основних режимах, залежно від полярності прикладеної напруги:

1. Пряме зміщення (Forward Bias): Якщо до анода діода (р-область) прикласти позитивну напругу, а до катода (n-область) – негативну, збіднений шар звужується. При досягненні певної "порогової" напруги (зазвичай близько 0.7 В для кремнієвих діодів та 0.3 В для германієвих) діод починає пропускати струм. Це основний робочий режим для провідності.

2. Зворотне зміщення (Reverse Bias): Якщо до анода прикласти негативну напругу, а до катода – позитивну, збіднений шар розширюється, ефективно блокуючи протікання струму. Через діод протікає лише дуже малий "зворотний струм витоку". Однак, якщо зворотна напруга перевищить певне значення (напруга пробою), діод може бути пошкоджений або, у випадку деяких спеціалізованих діодів (наприклад, діодів Зенера), увійти в режим контрольованого пробою.

4.2.Основні типи діодів та їх застосування в ІТ

Існує безліч типів діодів, кожен з яких має свої унікальні характеристики та області застосування. Для студентів ІТ особливо важливими є наступні:

4.2.1.Випрямні діоди (Rectifier Diodes)

Ці діоди призначені для перетворення змінного струму (AC) на постійний (DC). Це їхнє найпоширеніше застосування. У блоці живлення (Power Supplies) будь-якого комп'ютера, ноутбучі, смартфоні чи іншому електронному пристрої, який живиться від мережі змінного струму, випрямні діоди є ключовими

компонентами. Вони перетворюють змінну напругу з розетки на постійну, необхідну для роботи внутрішніх схем. Часто використовуються у діодних мостах для ефективного двопівперіодного випрямлення. Зарядні пристрої для мобільних акумуляторів також використовують випрямні діоди.

4.2.2.Діоди Шотткі (Schottky Diodes)

Відрізняються дуже низьким прямим падінням напруги (0.15-0.45 В) та високою швидкістю перемикавання. Це досягається завдяки використанню контакту метал-напівпровідник замість р-n переходу.

Імпульсні блоки живлення (SMPS), завдяки їхній високій швидкості перемикавання робить, стали ідеальними для високочастотних імпульсних джерел живлення, які є стандартом у сучасній комп'ютерній техніці для підвищення ефективності та зменшення розмірів.

Завдяки низькому падінню напруги, діоди Шотткі ефективно використовуються для захисту чутливих схем від неправильного підключення живлення, мінімізуючи втрати енергії.

Схеми захисту від зворотного струму, наприклад, у сонячних панелях або системах резервного живлення, де важливо запобігти розряду акумулятора через джерело живлення.

4.2.3.Світлодіоди (LED - Light Emitting Diodes)

Світлодіоди випромінюють світло, коли через них проходить електричний струм у прямому напрямку. Колір світла залежить від матеріалу напівпровідника.

Використовується як індикація живлення, активність мережі, індикатори на материнських платах, роутерах, периферійних пристроях. А також у дисплеях - екрани смартфонів, моніторів, телевізорів (LED-підсвічування, OLED-дисплеї).

Світлодіоди використовуються для освітлення як енергоефективне освітлення в офісах, дата-центрах, підсвічування клавіатур.

У деяких системах передачі даних світлодіоди використовуються як джерела світла для передачі інформації по оптоволоконних кабелях.

4.2.4.Стабілітрони (Zener Diodes)

Призначені для роботи в режимі зворотного пробію. При досягненні певної "напруги Зенера" (пробію) вони підтримують майже постійну напругу на своїх виводах, незалежно від значних змін струму через них.

Використовуються у схемах живлення для забезпечення стабільної опорної напруги для мікроконтролерів, аналого-цифрових перетворювачів та інших чутливих компонентів. Використовуються як захист від перенапруги, ефективно обмежують пікові напруги, які можуть пошкодити електронні компоненти.

4.2.5.Фотодіоди (Photodiodes)

Перетворюють світлову енергію на електричний струм. Це діоди, які працюють у зворотному напрямку, і їхній зворотний струм пропорційний інтенсивності падаючого світла.

Оптичні датчики використовуються в мишах (оптичні сенсори), пультах дистанційного керування, сканерах штрих-кодів, датчиках освітленості.

Для електричної ізоляції між двома частинами схеми, де світлодіод випромінює світло, а фотодіод його приймає, передаючи сигнал без прямого електричного контакту використовують оптопары (Optocouplers). Це важливо для захисту чутливих частин схеми від шумів або високих напруг.

При виборі діода для конкретного застосування важливо враховувати його ключові характеристики. Максимальний прямий струм (I_{Fmax}), який діод може безпечно пропускати у прямому напрямку без перегріву та пошкодження. Максимальна зворотна напруга (V_{Rmax}), яку діод може витримати без пробію.

Пряме падіння напруги (V_F) це напруга, яка падає на діоді, коли він проводить струм у прямому напрямку. Для кремнієвих діодів це близько 0.7 В, для діодів Шотткі – значно менше. Час відновлення (Reverse Recovery Time) це час, необхідний діоду для переходу зі стану провідності у стан блокування. Важливий параметр для високочастотних схем, де швидкість перемикання має значення.

Маркування діодів може бути різним, залежно від виробника та стандартів. Часто використовуються буквено-цифрові коди (наприклад, 1N4007, 1N4148) або кольорні кільця на корпусі. Для студентів ІТ важливо вміти розшифровувати ці позначення, щоб правильно ідентифікувати компонент та його характеристики.

4.3.Транзистори (BJT, MOSFET) та їх застосування

У сучасному світі інформаційних технологій, де швидкість, ефективність та мініатюризація є ключовими, розуміння базових електронних компонентів є невід'ємною частиною освіти будь-якого ІТ-фахівця.

Транзистори – це фундаментальні напівпровідникові прилади, які є будівельними блоками всієї сучасної електроніки, від мікропроцесорів до пам'яті та систем живлення.

Вони виконують дві основні функції: підсилення електричних сигналів та перемикання (виступаючи як електронні ключі). Важливе розуміння двох основних типів транзисторів – біполярних транзисторів (BJT) та польових транзисторів (MOSFET) – їхніх принципів роботи, характеристик та ключових застосувань у комп'ютерній техніці.

4.3.1.Біполярні Транзистори (BJT - Bipolar Junction Transistor)

Їхня назва "біполярні" походить від того, що в їхній роботі беруть участь носії заряду обох полярностей – електрони та дірки.

ВІТ складається з трьох шарів напівпровідникового матеріалу, утворюючи дві р-п переходи. Існують два основні типи ВІТ: п-р-п та р-п-р:

- п-р-п транзистор: Складається з тонкого шару р-типу (база), затиснутого між двома шарами п-типу (емітер та колектор).
- р-п-р транзистор: Складається з тонкого шару п-типу (база), затиснутого між двома шарами р-типу (емітер та колектор).

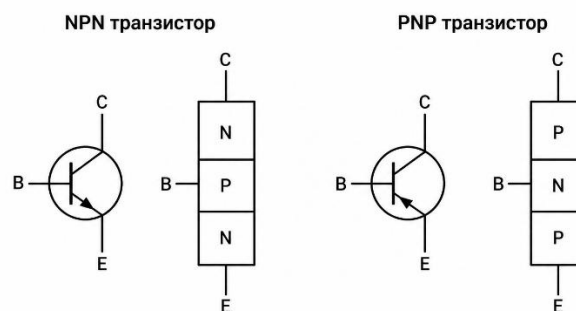


Рис.4.2. Біполярні транзистори NPN і PNP

Транзистор має три виводи: емітер (E), база (B) та колектор (C).

Принцип керування ВІТ полягає в тому, що малий струм, поданий на базу, керує значно більшим струмом, що протікає між колектором та емітером. ВІТ є струмокерованим пристроєм.

Коли на базу подається невеликий струм, він відкриває шлях для протікання струму між колектором та емітером. Без струму бази транзистор закритий (не проводить струм).

Ця властивість дозволяє ВІТ працювати як підсилювач (невеликі зміни струму бази призводять до великих змін струму колектора) або як електронний ключ (повністю відкритий або повністю закритий стан).

Коефіцієнт підсилення струму (β або h_{FE}) показує, у скільки разів струм колектора більший за струм бази. Типові значення коефіцієнта підсилення можуть бути від десятків до сотень.

Вхідний опір відносно низький, оскільки для керування потрібен струм бази. Швидкість перемикання зазвичай нижча, ніж у MOSFET, що обмежує їх застосування у високочастотних цифрових схемах. BJT споживають струм через базу для керування, що може призводити до більшого енергоспоживання порівняно з MOSFET, особливо у ключових режимах.

У сучасних технічних пристроях MOSFET витіснили BJT, про те у цифрових схемах, BJT все ще використовуються в певних областях ІТ:

- Аналогових схемах підсилювача звуку, радіочастотних схемах, де потрібне лінійне підсилення сигналу.
- У схемах керування малопотужними навантаженнями, такими як світлодіоди або невеликі реле.
- У схемах, де потрібне перетворення струму або підсилення слабких сигналів від датчиків.

4.3.2.Польові транзистори (MOSFET - Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor)

MOSFET є найпоширенішим типом транзисторів у сучасній цифровій електроніці, включаючи мікропроцесори, пам'ять та інші інтегральні схеми. Їхня популярність зумовлена високою швидкістю, низьким енергоспоживанням та можливістю мініатюризації.

MOSFET має три виводи: затвор (Gate - G), витік (Source - S) та стік (Drain - D). Ключовою відмінністю є наявність тонкого шару діелектрика (зазвичай оксиду кремнію) між затвором та напівпровідниковим каналом. Це забезпечує дуже високий вхідний опір.

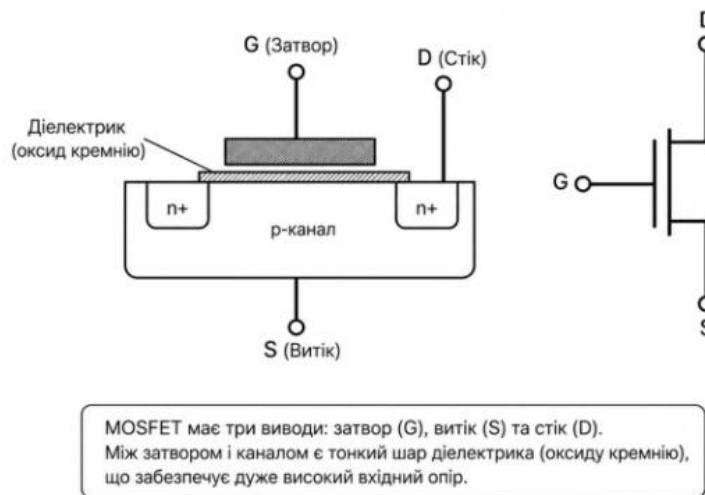


Рис.4.3. Будова транзистора MOSFET

Принцип керування MOSFET полягає в тому, що напруга, прикладена до затвора, створює електричне поле, яке керує провідністю каналу між витокom та стоком. MOSFET є напругокерованим пристроєм.

Зміна напруги на затворі змінює ширину або інвертує тип провідності каналу, дозволяючи або блокуючи потік струму між витокom та стоком.

Оскільки затвор ізольований від каналу, струм через затвор практично відсутній, що робить MOSFET дуже енергоефективними у статичному стані.

Існують два основні типи MOSFET: n-канальні та p-канальні, а також два режими роботи: збагачення (enhancement mode) та збіднення (depletion mode). Найбільш поширеними в цифровій техніці є MOSFET у режимі збагачення.

Надзвичайно високий вхідний опір (порядку тераом), завдяки ізольованому затвору. Це означає, що MOSFET майже не споживає струм від керуючого джерела. Дуже висока швидкість перемикавання, що робить їх ідеальними для високочастотних цифрових схем. Ці транзистори забезпечують низьке енергоспоживання у статичному стані, оскільки струм затвора мінімальний. Основне споживання відбувається під час перемикавання.

Транзистори MOSFET легко мініатюризуються, що дозволяє інтегрувати мільярди транзисторів на одному чипі.

Існує три основні режими роботи сімейства MOSFET. Розглянемо відповідні математичні моделі для струму стоку I_D . В область відсічки (Cutoff Region) транзистор вимкнений, і струм стоку практично відсутній. Це відбувається, коли напруга між затвором і витокom V_{GS} менша за порогову напругу V_{TH} . Порогова напруга – це мінімальна напруга V_{GS} , необхідна для створення провідного каналу між стоком і витокom. $V_{GS} < V_{TH}$. Тріодна (лінійна) область (Triode/Linear Region) характеризується тим, що транзистор працює як керований резистор. Струм стоку лінійно залежить від напруги сток-витік V_{DS} . Це відбувається, коли $V_{GS} > V_{TH}$ і V_{DS} є відносно невеликою, а саме $V_{DS} < V_{GS} - V_{TH}$. Тобто, якщо $V_{GS} > V_{TH}$ та $V_{DS} < V_{GS} - V_{TH}$, то рівняння струму стоку MOSFET у лінійному (тріодному, ohmic) режимі

$$I_D = K_n [(V_{GS} - V_{TH})V_{DS} - \frac{1}{2}V_{DS}^2].$$

де:

- I_D – струм стоку
- K_n – коефіцієнт провідності транзистора (залежить від технології, геометрії каналу, рухливості носіїв)
- V_{GS} – напруга затвор–витік
- V_{TH} – порогова напруга
- V_{DS} – напруга стік–витік

В області насичення (Saturation Region) транзистор працює як кероване джерело струму, де струм стоку майже не залежить від V_{DS} . Це відбувається, коли $V_{GS} > V_{TH}$ і V_{DS} досягає або перевищує $V_{GS} - V_{TH}$. У цій точці канал повністю перекривається (pinch-off).

За умови $V_{GS} > V_{TH}$ та $V_{DS} \geq V_{GS} - V_{TH}$ MOSFET уже не перебуває в лінійному (тріодному) режимі. Рівняння струму стоку

$$I_D = \frac{K_n}{2} (V_{GS} - V_{TH})^2 (1 + \lambda V_{DS})$$

де:

λ (лямбда) – коефіцієнт модуляції довжини каналу, який враховує невелике збільшення струму стоку при збільшенні V_{DS} в області насичення.

MOSFET є основою сучасної комп'ютерної техніки:

Кожен сучасний процесор, мікропроцесор (CPU) та графічний процесор (GPU): містить мільярди MOSFET, які формують логічні вентиля (AND, OR, NOT) та тригери, що виконують обчислювальні операції.

MOSFET використовуються як елементи зберігання інформації в динамічній оперативній пам'яті (DRAM) та флеш-пам'яті (Flash).

В імпульсних джерелах живлення (SMPS), завдяки високій швидкості перемикання та низьким втратам, MOSFET є ключовими компонентами у блоках живлення, які перетворюють та стабілізують напругу для різних компонентів комп'ютера (наприклад, VRM на материнських платах для живлення CPU/GPU).

MOSFET використовують у системах керування вентиляторами, жорсткими дисками та іншими електромеханічними компонентами, використовуються в системах управління двигунів та силовій електроніці.

4.3.3. Порівняння BJT та MOSFET

Для кращого розуміння відмінностей між цими двома типами транзисторів, розглянемо їхнє порівняння у таблиці 4.1.

Таблиця 4.1.

Порівняльний аналіз основних параметрів BJT і MOSFET

Характеристика	Біполярний Транзистор (BJT)	Польовий Транзистор (MOSFET)
Тип керування	Струмочерований (струм бази)	Напругочерований (напруга затвора)
Вхідний опір	Низький	Дуже високий
Швидкість перемикання	Середня	Висока

Характеристика	Біполярний Транзистор (BJT)	Польовий Транзистор (MOSFET)
Енергоспоживання (статичне)	Вище (потребує струму бази)	Нижче (струм затвора мінімальний)
Розмір кристала	Більший для тієї ж потужності	Менший, висока щільність інтеграції
Температурна стабільність	Гірша (схильний до теплового пробоя)	Краща
Основні застосування	Аналогові підсилювачі, прості ключі	Цифрові схеми (CPU, RAM), імпульсні ДЖ, силова електроніка

Транзистори, BJT чи MOSFET, є невід'ємною частиною сучасної електроніки та, відповідно, інформаційних технологій. BJT, з їхньою здатністю до підсилення струму, все ще знаходять своє місце в аналогових схемах. Однак саме MOSFET, завдяки їхній високій швидкості, низькому енергоспоживанню та можливості надзвичайної мініатюризації, стали рушійною силою прогресу в цифровій електроніці.

Розуміння принципів їхньої роботи та відмінностей є фундаментальним для будь-якого студента ІТ, який прагне не лише використовувати, а й розуміти, як функціонують обчислювальні системи на найнижчому рівні. Це знання є ключовим для розробки ефективних апаратних рішень, оптимізації програмного забезпечення та розуміння архітектури сучасних комп'ютерів.

4.4. Підсилювачі сигналів: теоретичні основи та функціональне значення в ІТ-інфраструктурі

Попередній розгляд транзисторів у контексті ключових режимів роботи висвітлив їхню роль як базових елементів цифрової логіки та обчислювальних систем. Фундаментальною властивістю напівпровідникових приладів є їхня здатність до регенерації та підсилення потужності сигналів.

У сучасній парадигмі інформаційних технологій, що характеризується безперервною дистанційною передачею даних та багатократними процесами аналого-цифрового перетворення, підсилювальні каскади постають необхідними компонентами.

На фізичному рівні підсилення в напівпровідниковому приладі зумовлене керуванням концентрацією та рухом носіїв заряду – електронів і дірок – у кристалічній решітці матеріалу. Невелика зміна входної напруги або струму змінює потенціальний бар'єр у р–п-переходах чи електричне поле в каналі транзистора, внаслідок чого значно змінюється струм, що проходить через прилад від джерела живлення. Саме тому енергія підсиленого сигналу не виникає з самого інформаційного впливу, а надходить із зовнішнього джерела, тоді як транзистор виконує функцію фізичного керувального елемента, який зберігає часову й амплітудну структуру корисного сигналу.

Функціонування телекомунікаційних мереж, прецизійних сенсорних систем, аудіовізуального обладнання та периферійних вузлів обчислювальної техніки було б неможливим без механізмів компенсації загасання та спотворення сигналів.

Підсилювач визначається як активний електронний пристрій, що здійснює керування потоком енергії від зовнішнього джерела живлення з метою пропорційного збільшення амплітуди або потужності входного впливу при збереженні його інформативної структури.

Підсилювач – це електронний пристрій, який використовує енергію від зовнішнього джерела живлення для збільшення амплітуди (напруги або струму) або потужності входного сигналу, намагаючись при цьому максимально точно зберегти його початкову форму.

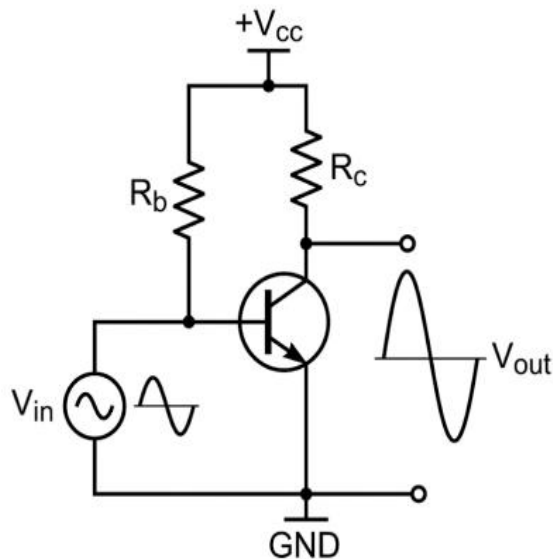


Рис. 4.4. Схема підсилювача на біполярному транзисторі зі спільним емітером

Як ми вже знаємо, транзистор (як BJT, так і MOSFET) може працювати не лише в ключовому режимі (повністю відкритий/закритий), але й у лінійному (активному) режимі. У цьому режимі транзистор діє як керований резистор.

У біполярному транзисторі (BJT): Невелика зміна вхідного струму на базі викликає пропорційно велику зміну вихідного струму, що протікає через колектор.

У польовому транзисторі (MOSFET): Невелика зміна вхідної напруги на затворі викликає значну зміну вихідного струму між стоком та витокком.

Таким чином, слабкий вхідний сигнал (наприклад, від мікрофона або антени Wi-Fi) керує потужним потоком енергії від джерела живлення, створюючи на виході точну, але значно потужнішу копію вхідного сигналу.

Підсилювачі класифікуються залежно від того, яку частину періоду вхідного сигналу транзистор перебуває у провідному стані. Це визначає їхню ефективність (Коефіцієнт Корисної Дії - ККД) та рівень спотворень сигналу. Для IT-фахівців важливо розуміти ці компроміси при виборі або аналізі обладнання.

Таблиця 4.2.

Огляд ефективності та спотворень у різних класах підсилювачів

Клас підсилювача	Клас А	Клас В	Клас АВ	Клас D
Принцип поботи	Транзистор завжди відкритий і проводить струм протягом усього періоду (360°) вхідного сигналу.	Використовуються два транзистори (push-pull). Кожен проводить струм лише половину періоду (180°): один для позитивної півхвилі, інший для негативної.	Гібрид класів А та В. Транзистори мають невеликий струм спокою, тому кожен проводить струм трохи більше половини періоду. Це усуває ступінчасті спотворення класу В.	Імпульсний підсилювач. Транзистори працюють виключно як ключі (вкл/викл) з високою частотою, використовуючи Широтно-Імпульсну Модуляцію (ШІМ). Аналоговий сигнал відновлюється за допомогою фільтра на виході.
Ефективність (ККД)	Дуже низька (зазвичай 15-25%). Більшість енергії розсіюється як тепло.	Висока (до 78%). Енергія не витрачається, коли немає сигналу.	Середня (між А та В, зазвичай 50-70%).	Дуже висока (часто понад 90%). Майже не виділяють тепло.
Рівень спотворень	Найнижчий. сигнал відтворюється дуже точно.	Високий (так звані "ступінчасті спотворення" в момент перемикання між транзисторам и).	Низький. Відмінний компроміс між якістю та ефективністю.	Залежить від якості фільтрації, але сучасні рішення забезпечують високу якість.

Основне застосування	Високоякісне аудіо (Hi-Fi), попередні підсилювачі, де якість важливіша за енергоефективність.	Рідко використовується в чистому вигляді для аудіо через спотворення.	Найпоширеніший клас для аудіопідсилювачів у ПК, смартфонах, активних колонках.	Мобільні пристрої (смартфони, ноутбуки), потужні сервери, де важливі компактність та низьке тепловиділення.
-----------------------------	---	---	--	---

З фізичної точки зору підсилення ґрунтується на тому, що малий вхідний сигнал змінює внутрішній енергетичний стан напівпровідника. У BJT струм бази змінює концентрацію носіїв заряду в тонкій базовій області, через що значно змінюється потік електронів або дірок між емітером і колектором. У MOSFET напруга на затворі створює електричне поле, яке змінює провідність каналу між витокom і стоком, керуючи кількістю носіїв заряду, що проходять крізь нього. Саме тому енергія підсиленого сигналу надходить не з вхідного сигналу, а з джерела живлення, тоді як транзистор лише керує її передачею, зберігаючи інформаційну форму сигналу.

В сучасній електроніці рідко будують підсилювачі на окремих (дискретних) транзисторах. Замість цього використовують операційні підсилювачі (ОП).

ОП – це складна інтегральна схема, що містить десятки транзисторів, упакованих у невеликий чип. Він має два входи (інвертуючий та неінвертуючий) і один вихід. Головна особливість ОП – надзвичайно високий власний коефіцієнт підсилення (часто понад 100 000 разів).

ОП використовують аналого-цифровому перетворенні (ADC): Датчики (температури, освітленості, тиску) часто видають дуже слабкі аналогові сигнали (мілівольти). ОП підсилюють ці сигнали до рівня, який може розпізнати мікроконтролер або процесор для подальшої цифрової обробки.

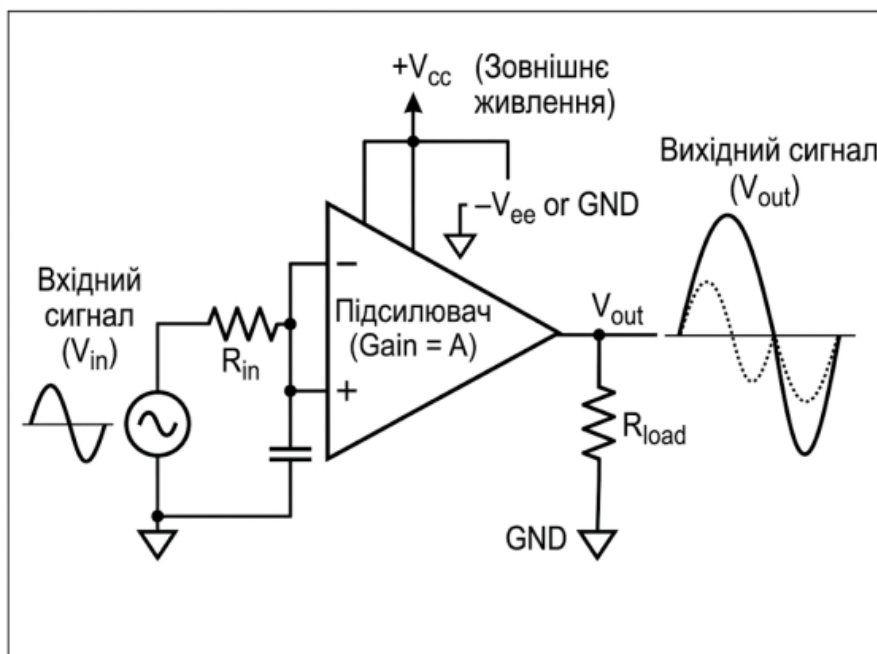


Рис.4.5. Структурна схема підсилювача електричного сигналу

ОП використовуються для створення активних фільтрів, які відсікають небажані шуми або перешкоди з ліній передачі даних, покращуючи якість зв'язку.

ОП може порівнювати дві напруги. Якщо напруга на одному вході вища за іншу, вихід різко перемикається в логічну "1" або "0". Це базовий механізм переходу від аналогового світу до цифрового.

Підсилювачі є невидимими, але важливими компонентами будь-якої мережі чи обчислювальної системи:

При роботі мережевого обладнання (Wi-Fi, Bluetooth, 4G/5G): радіосигнали швидко загасають у просторі. У кожному роутері, смартфоні чи базовій станції є радіочастотні підсилювачі (RF Amplifiers). Вони підсилюють слабкий сигнал, прийнятий антеною, для його розшифровки, а також підсилюють сигнал перед його відправкою в ефір.

Хоча світло в оптоволокну загасає повільніше, ніж електричний струм у міді, на великих відстанях (між містами чи континентами) сигнал слабшає. Для цього використовують оптичні підсилювачі (наприклад, EDFA - Erbium-Doped Fiber

Amplifier), які регенерують світловий сигнал без його перетворення в електричний.

При передачі даних по мідних кабелях на великі відстані сигнал спотворюється та слабшає. Репітери (повторювачі) та активні кабелі містять підсилювачі, які відновлюють форму та амплітуду цифрового сигналу, дозволяючи передавати дані на більші відстані без втрат.

Будь-який пристрій, що відтворює звук (від навушників до систем оповіщення в дата-центрах), використовує підсилювачі потужності (найчастіше класу АВ або D) для перетворення слабого цифрового аудіосигналу (після ЦАП) у потужний струм, здатний рухати мембрану динаміка.

Підсилювачі сигналів – це міст між слабкими сигналами реального світу (або сигналами, що загасли під час передачі) та потужними системами обробки даних.

4.5.Основи інтегральних схем

Ми розглянули у будову та принцип дії діодів та транзисторів – фундаментальних будівельних блоків електроніки. Сучасні комп'ютери та інші електронні пристрої не складаються з тисяч окремих транзисторів, з'єднаних проводами. Натомість вони використовують інтегральні схеми (IC), або, як їх ще називають, мікросхеми чи чипи. Інтегральні схеми стали революційним кроком у розвитку електроніки, дозволивши розміщувати мільярди транзисторів та інших компонентів на крихітному шматочку напівпровідникового матеріалу. Розглянемо концепцію інтегральних схем, їхні переваги, класифікацію, технології виготовлення та ключову роль у сучасній ІТ-індустрії.

Інтегральна схема (IC) – це мікроелектронний пристрій, у якому всі або більшість електронних компонентів (такі як транзистори, резистори, конденсатори, діоди) та їхні електричні з'єднання виготовлені в єдиному технологічному процесі на поверхні або в об'ємі напівпровідникового кристала, зазвичай кремнію.

Ідея інтегральної схеми виникла наприкінці 1950-х років, коли Джек Кілбі з Texas Instruments та Роберт Нойс з Fairchild Semiconductor незалежно один від одного розробили перші прототипи. Це відкриття стало початком ери мікроелектроніки та призвело до створення всіх сучасних обчислювальних пристроїв.

Інтегральні схеми мають низку значних переваг порівняно зі схемами, зібраними з дискретних компонентів. Мініатюризація це можливість розміщення величезної кількості компонентів на крихітній площі, що дозволило створювати компактні та легкі пристрої.

Всі компоненти та з'єднання формуються одночасно в контрольованому середовищі, кількість точок відмови значно зменшується це створює умови високої надійності. Відсутність паяних з'єднань між компонентами підвищує стійкість до вібрацій та температурних змін.

Завдяки малим розмірам та близькому розташуванню компонентів, паразитна ємність та індуктивність зменшуються, що призводить до менших втрат енергії та вищої швидкодії і забезпечує низьке енергоспоживання.

Короткі відстані між компонентами зменшують час затримки поширення сигналу, дозволяючи ІС працювати на дуже високих частотах.

При масовому виробництві вартість одного транзистора в ІС стає мізерною, що робить складні електронні пристрої доступними для широкого загалу.

4.5.1.Ступені інтеграції (Scale of Integration)

Розвиток технологій дозволив постійно збільшувати кількість компонентів, які можна розмістити на одному кристалі. Це призвело до класифікації інтегральних схем за ступенем інтеграції – кількістю логічних елементів (наприклад, вентилів) або транзисторів на одному чипі.

Ця класифікація відображає історичний прогрес та закон Мура, який передбачає подвоєння кількості транзисторів на інтегральній схемі приблизно кожні два роки.

Таблиця 4.3.

Класифікація рівнів інтеграції інтегральних схем (SSI–ULSI)

Абревіатура	Повна назва (англ.)	Приблизна кількість елементів	Приклади застосування
SSI	Small-Scale Integration	До 100 транзисторів або до 12 логічних вентилів	Окремі логічні вентиля (AND, OR, NOT), тригери. Використовувалися в перших цифрових схемах.
MSI	Medium-Scale Integration	100 - 1,000 транзисторів або 13-99 логічних вентилів	Дешифратори, мультиплексори, лічильники, регістри. Використовувалися в ранніх міні-комп'ютерах.
LSI	Large-Scale Integration	1,000 - 100,000 транзисторів	Перші 8-бітні мікропроцесори (наприклад, Intel 8080), чипи пам'яті (RAM, ROM).
VLSI	Very Large-Scale Integration	Понад 100,000 транзисторів (до мільйонів)	Сучасні мікропроцесори (CPU), графічні процесори (GPU), великі чипи пам'яті, FPGA. Це основна технологія для більшості сучасних обчислювальних пристроїв.
ULSI	Ultra Large-Scale Integration	Мільйони та мільярди транзисторів	Сучасні високопродуктивні CPU, GPU, System-on-Chip (SoC), які інтегрують на одному кристалі процесор, пам'ять, контролери периферії.

4.5.2. Логічні Сімейства: TTL та CMOS

Інтегральні схеми, особливо цифрові, реалізуються за допомогою різних логічних сімейств, які визначають тип транзисторів, що використовуються, та їхню конфігурацію. Найбільш відомими є TTL та CMOS.

TTL (Transistor-Transistor Logic) базується на біполярних транзисторах (BJT). Використовує струм для перемикавання станів. Вхідний струм керує транзисторами, які формують логічні рівні. Характеризуються відносно високою швидкістю, що було перевагою в ранніх цифрових системах. Недоліком є високе енергоспоживання, оскільки транзистори завжди споживають струм, навіть у статичному стані.

Широко використовувалися в комп'ютерах 1970-х – 1980-х років, у промисловій автоматизації. Сьогодні значною мірою витіснені CMOS, але все ще зустрічаються в деяких спеціалізованих додатках.

CMOS (Complementary Metal-Oxide-Semiconductor) базується на парах комплементарних (доповнюючих) польових транзисторів (MOSFET) – n-канальних та p-канальних. Ця технологія використовує напругу для керування станами. Коли один MOSFET відкритий, інший закритий, і навпаки. Це забезпечує дуже низьке споживання струму в статичному стані. Сучасні CMOS-схеми дуже швидкі, конкуруючи з TTL і навіть перевершуючи їх. Надзвичайно низьке енергоспоживання в статичному режимі. Основне споживання відбувається лише під час перемикавання станів. Це робить CMOS ідеальним для мобільних пристроїв та енергоефективних систем. Напруга живлення від 1.2 В до 15 В і більше, що забезпечує гнучкість у проектуванні. Ця технологія домінує у всіх сучасних цифрових IC: мікропроцесори, пам'ять (RAM, Flash), мікроконтролери, цифрові логічні схеми, SoC (System-on-Chip) у смартфонах та планшетах.

4.5.3.Класифікація ІС за типом оброблюваного сигналу

Інтегральні схеми також можна класифікувати за типом сигналів, які вони обробляють.

Цифрові ІС призначені для обробки дискретних сигналів, що представляють логічні стани (0 та 1). До них відносяться процесори, пам'ять, логічні вентиля, мікроконтролери. Вони є основою всіх обчислювальних систем.

Аналогові ІС обробляють неперервні (аналогові) сигнали, такі як напруга, струм, температура, звук. Приклади включають операційні підсилювачі, регулятори напруги, фільтри, компаратори. Вони використовуються для взаємодії з фізичним світом.

Змішані (Mixed-Signal) ІС містять як цифрові, так і аналогові блоки на одному кристалі. Це дозволяє поєднувати переваги обох світів. Типові приклади: аналого-цифрові перетворювачі (ADC), цифрово-аналогові перетворювачі (DAC), які є мостом між аналоговим та цифровим світом, а також багато сучасних комунікаційних чипів.

4.5.4.Технологія виготовлення: фотолітографія та техпроцес

Виготовлення інтегральних схем – це надзвичайно складний та високотехнологічний процес, який базується на фотолітографії.

Фотолітографія це процес перенесення складних візерунків схеми на кремнієву пластину (wafer) за допомогою ультрафіолетового світла та фоторезисту. Цей процес повторюється багато разів, шар за шаром, для створення тривимірної структури транзисторів та з'єднань.

Вихідним матеріалом (Wafers) є монокристалічний кремній високої чистоти, з якого вирощують великі циліндричні злитки, нарізають на тонкі пластини, а потім полірують до дзеркального блиску.

Термін техпроцес (нанометри, наприклад, 7 нм, 5 нм, 3 нм) позначає мінімальний розмір елементів, які можна виготовити на чипі. Чим менший

техпроцес, тим більше транзисторів можна розмістити на тій самій площі, що призводить до підвищення продуктивності та енергоефективності. Сучасні процесори використовують техпроцеси в одиниці нанометрів.

Інтегральні схеми є серцем сучасної ІТ-індустрії. Від простих логічних вентилів до складних систем-на-чипі, вони забезпечують функціональність, швидкість та компактність, які ми очікуємо від наших пристроїв. Розуміння основ ІС, їхніх типів, ступенів інтеграції та технологій виготовлення є надзвичайно важливим для будь-якого студента ІТ, оскільки це дозволяє не лише ефективно використовувати існуючі технології, але й брати участь у розробці майбутніх інновацій у галузі апаратного та програмного забезпечення. Розуміння цього процесу є фундаментом для пояснення архітектури комп'ютерів, проектування вбудованих систем та оптимізації програмного коду для максимальної продуктивності.

4.6.Мікроконтролери та їх фізична основа

У світі інформаційних технологій, де програмне забезпечення взаємодіє з фізичним світом, мікроконтролери (MCU) відіграють ключову роль. Вони є невіддільною частиною вбудованих систем, Інтернету речей (IoT), робототехніки, автоматизації та багатьох інших галузей, де потрібне керування реальними процесами. Для студента ІТ розуміння мікроконтролерів – це міст між абстрактним світом коду та конкретною апаратною реалізацією. Цей розділ детально розгляне архітектуру мікроконтролерів, їхню відмінність від мікропроцесорів, фізичну основу їхніх периферійних пристроїв та їхнє значення для сучасних ІТ-рішень.

Часто терміни "мікроконтролер" та "мікропроцесор" використовуються як взаємозамінні, але вони мають суттєві відмінності у своїй архітектурі та призначенні.

Мікропроцесор (MPU - Microprocessor Unit) це, лише центральний обчислювальний блок (CPU). Він призначений для виконання складних

обчислень і потребує зовнішніх компонентів, таких як оперативна пам'ять (RAM), постійна пам'ять (ROM/Flash), контролери периферійних пристроїв та інтерфейси вводу/виводу. Прикладами є процесори Intel Core, AMD Ryzen, Apple M-серії, які використовуються в комп'ютерах та серверах. MPU орієнтовані на високу продуктивність та гнучкість, працюючи під керуванням операційних систем, таких як Windows, Linux або macOS.

Мікроконтролер (MCU - Microcontroller Unit) це повноцінний "комп'ютер на одному чипі". Він інтегрує CPU, пам'ять (Flash для програми, SRAM для даних) та різноманітні периферійні пристрої (таймери, АЦП, ЦАП, інтерфейси зв'язку) в одному корпусі. Мікроконтролери розроблені для виконання конкретних, часто повторюваних завдань у реальному часі. Вони є серцем вбудованих систем, де ресурси (пам'ять, потужність, енергоспоживання) обмежені, а надійність та передбачуваність роботи є вирішальними. Прикладами можуть бути мікроконтролери серій AVR (Arduino), ARM Cortex-M (STM32, ESP32), PIC.

Таблиця 4.4.

Порівняння MCU та MPU

Характеристика	Мікроконтролер (MCU)	Мікропроцесор (MPU)
Інтеграція компонентів	CPU, RAM, Flash, периферія на одному чипі	Тільки CPU, потребує зовнішніх компонентів
Призначення	Керування конкретними завданнями в реальному часі, вбудовані системи	Загальні обчислення, висока продуктивність, багатозадачність
Операційна система	Зазвичай без ОС або RTOS (Real-Time OS)	Повноцінні ОС (Windows, Linux, macOS)
Енергоспоживання	Низьке, оптимізоване для автономної роботи	Вище, орієнтоване на продуктивність
Вартість	Низька	Вища
Приклади	Arduino, ESP32, STM32	Intel Core, AMD Ryzen, Apple M-серії

Типовий мікроконтролер складається з наступних ключових компонентів, інтегрованих на одному кристалі:

Ядро (CPU - Central Processing Unit) це "мозок" мікроконтролера, який виконує інструкції програми. Сучасні MCU використовують різні архітектури ядер.

Популярна архітектура ARM Cortex-M, що використовується в широкому спектрі мікроконтролерів (наприклад, STM32, nRF52). Відома своєю енергоефективністю та широким набором інструкцій.

Архітектура AVR використовується в популярних платах Arduino. Проста та ефективна архітектура для початківців.

Архітектура Xtensa/RISC-V використовуються в мікроконтролерах ESP32, що забезпечують Wi-Fi та Bluetooth можливості.

Мікроконтролери містять різні типи пам'яті для зберігання коду програми та даних.

Енергонезалежна пам'ять Flash-пам'ять (Program Memory) де зберігається прошивка (код програми) мікроконтролера. Вона зберігає дані навіть після вимкнення живлення. Об'єм Flash-пам'яті може варіюватися від кількох кілобайт до кількох мегабайт.

Енергозалежна пам'ять SRAM (Static Random-Access Memory - Data Memory), яка використовується для зберігання тимчасових даних, змінних, стека та купи під час виконання програми. Вона швидша за Flash, але втрачає дані при вимкненні живлення.

EEPROM (Electrically Erasable Programmable Read-Only Memory): Невелика енергонезалежна пам'ять, яка використовується для зберігання конфігураційних даних або налаштувань, які повинні зберігатися між перезавантаженнями, але можуть бути змінені програмою (наприклад, налаштування Wi-Fi).

Система Синхронізації (Clocking System) всіх внутрішніх операцій мікроконтролер потребує тактового сигналу. Цей сигнал генерується за допомогою кварцових резонаторів, які забезпечують дуже стабільну та точну

тактову частоту, або RC-генераторів. Менш точні, але дешевші та не потребують зовнішніх компонентів.

4.7. Фізична основа периферійних пристроїв (Hardware Peripherals)

Саме наявність інтегрованих периферійних пристроїв робить мікроконтролер таким універсальним для керування зовнішнім світом. Кожен з цих блоків є апаратною реалізацією певної функції, що дозволяє CPU делегувати їй завдання та зосередитися на інших обчисленнях.

На фізичному рівні периферійні модулі являють собою спеціалізовані схеми з транзисторів, логічних елементів, регістрів і компараторів, інтегрованих на одному кристалі разом із центральним процесором. Вони працюють завдяки керованому перемиканню носіїв заряду в напівпровідникових структурах, перетворюючи електричні сигнали із зовнішніх виводів у внутрішні цифрові стани або, навпаки, формуючи на виходах фізичні сигнали з точно заданими часовими параметрами.

4.7.1. Порти загального призначення GPIO (General Purpose Input/Output)

Порти фізично реалізовані як пінні на корпусі мікроконтролера, які можуть бути програмно налаштовані як вхід (для читання стану зовнішніх пристроїв, наприклад, кнопок) або як вихід (для керування зовнішніми пристроями, наприклад, світлодіодами). Внутрішньо кожен GPIO пін підключений до регістрів керування, які дозволяють встановлювати його напрямок (вхід/вихід), стан (високий/низький логічний рівень) та інші параметри. На фізичному рівні, вихідний стан GPIO зазвичай реалізується за допомогою пари MOSFET-транзисторів (так званий "push-pull" вихід), які підключають пін до живлення або до землі. Це основа для взаємодії з будь-якими зовнішніми компонентами.

Програміст може "вмикати" або "вимикати" пристрої, читати стан перемикачів, реагувати на події.

GPIO-порти (General Purpose Input/Output) є одним із базових способів взаємодії мікроконтролера з зовнішнім світом. Їхня ключова особливість полягає в тому, що один і той самий фізичний пін може змінювати свою роль залежно від налаштування програмою – бути або входом, або виходом, а іноді виконувати альтернативні функції (наприклад, UART, SPI, PWM тощо).

Кожен GPIO-пін підключений до внутрішньої логіки мікроконтролера через набір регістрів керування. Ці регістри дозволяють задавати напрямок сигналу (input/output), встановлювати логічний рівень (0 або 1), вмикати підтягуючі резистори (pull-up / pull-down), або конфігурувати швидкість перемикачів та режим виходу.

На фізичному рівні вихід зазвичай реалізований через push-pull структуру, яка складається з двох комплементарних MOSFET-транзисторів - один підключає пін до Vcc (логічна 1) інший підключає пін до GND (логічний 0). Це дозволяє швидко і ефективно перемикати стан без значних втрат енергії.

У режимі входу пін переходить у стан високого імпедансу (hi-Z), тобто практично “від’єднується” від схеми. У цей момент він зчитує зовнішню напругу та може використовувати pull-up або pull-down резистори для стабілізації сигналу, що дозволяє визначати стан кнопок, сенсорів, цифрових сигналів.

У режимі виходу GPIO може подавати логічні рівні для керування світлодіодами, реле, дисплеями, генерувати прості сигнали керування, працювати як джерело або приймач струму (в межах допустимих характеристик).

Багато GPIO-пінів є мультифункціональними, тобто можуть виконувати спеціалізовані апаратні задачі такі як – реалізувати послідовний зв’язок (UART), реалізовувати інтерфейси периферії (SPI / I²C), керувати потужністю (PWM), опрацьовувати таймерні сигнали.

Це дозволяє одному мікроконтролеру замінювати багато окремих мікросхем. GPIO – це фундаментальна “точка контакту” між цифровою логікою

і фізичним світом. Через них мікроконтролер може зчитувати стан датчиків, керувати виконавчими механізмами, взаємодіяти з іншими пристроями, будувати складні системи автоматизації.

Фактично без GPIO мікроконтролер залишався б лише обчислювальним ядром без можливості впливати на реальне середовище.

4.7.2.Аналого-цифровий перетворювач (АЦП) (ADC - Analog-to-Digital Converter)

АЦП фізично реалізований як спеціалізований апаратний блок, який перетворює неперервну аналогову напругу (наприклад, від датчика температури, освітленості, звуку) у дискретне цифрове значення, яке може бути оброблене CPU. Він працює шляхом вибірки аналогового сигналу та квантування його значення у певний діапазон (наприклад, 0-1023 для 10-бітного АЦП).

АЦП є визначальним чинником для збору даних з реального світу. Дозволяє мікроконтролеру "бачити" та "чути" аналогові сигнали, перетворюючи їх у формат, зрозумілий для цифрової обробки.

4.7.3.Цифро-аналоговий перетворювач ЦАП. (DAC - Digital-to-Analog Converter)

ЦАП (цифро-аналоговий перетворювач) – це апаратний блок, який перетворює дискретне цифрове значення (число, яке задає CPU) у безперервний аналоговий сигнал, зазвичай напругу або струм. Фактично він “перекладає” інформацію з цифрового світу в фізичний вимірюваний сигнал. Це може бути використано для генерації звукових сигналів, керування аналоговими приводами або створення опорних напруг. Мікроконтролер "впливає" на «аналоговий світ», генеруючи сигнали для керування аналоговими пристроями. Принцип роботи полягає в тому, що кожне цифрове значення відповідає певному рівню вихідної

напруги. Чим більше бітів має ЦАП, тим точніше він може відтворювати аналоговий сигнал і тим менша “ступінчастість” на виході.

За технологічними можливостями виділяють такі режими застосування. ЦАП генерує довільні аналогові форми сигналів: синусоїди (для звуку), трикутні та пилкоподібні сигнали, довільні хвильові форми. Це широко використовується в аудіосистемах, синтезаторах і вимірювальних приладах.

ЦАП використовується для керування аналоговими пристроями та обладнанням, яке не працює з “0/1”, наприклад: регулювання швидкості аналогових приводів, керування положенням клапанів, формування опорних напруг для підсилювачів або АЦП.

Вбудовані системи та IoT мікроконтролерів дозволяють напряму взаємодіяти з фізичним середовищем: створювати керуючі сигнали для датчиків і виконавчих механізмів, формувати аналогові інтерфейси без зовнішніх модулів, реалізовувати прості системи керування в реальному часі.

У цифровій обробці сигналів (DSP) ЦАП є фінальним етапом у якому цифровий аудіопотік перетворюється у звук, застосовується у смартфонах, аудіокартах, телевізорах.

ЦАП є ключовим елементом, який дозволяє цифровим системам безпосередньо взаємодіяти з аналоговим фізичним світом. Без нього комп’ютери могли б лише обробляти інформацію, але не могли б напряму формувати фізичні сигнали для керування реальними пристроями.

4.7.4.Широтно-імпульсна модуляція (ШІМ). (PWM - Pulse Width Modulation)

Широтно-імпульсна модуляція (ШІМ) – це техніка, яка дозволяє керувати середньою потужністю, що подається на електричне навантаження, шляхом швидкого перемикання живлення між увімкненим та вимкненим станом. Змінюючи співвідношення часу, протягом якого сигнал перебуває у високому стані (ширина імпульсу), можна ефективно керувати яскравістю світлодіодів,

швидкістю двигунів, температурою нагрівальних елементів тощо. Апаратний блок ШІМ у мікроконтролері генерує ці імпульси без завантаження CPU. Широтно-імпульсна модуляція це енергоефективний спосіб керування аналоговими процесами за допомогою цифрових виходів.

Це дозволяє отримувати майже “аналоговий” ефект із звичайного цифрового сигналу без потреби у цифро-аналоговому перетворювачі (DAC). Завдяки високій частоті перемикавання навантаження не реагує на окремі імпульси, а сприймає їх як усереднену потужність.

4.7.5. Таймери та лічильники (Timers/Counters)

Таймери та лічильники це спеціалізовані апаратні блоки, які можуть точно відлічувати час або підраховувати зовнішні події. Вони працюють незалежно від CPU, звільняючи його для інших завдань. Таймери можуть генерувати переривання через певні проміжки часу, що є основою для реалізації багатозадачності та точного керування в реальному часі та визначальні для синхронізації, вимірювання часу, генерації затримок та керування подіями в реальному часі. Таймери та лічильники в мікроконтролерах і процесорних системах – це апаратні модулі, які виконують точні вимірювання часу або підрахунок подій без постійної участі CPU. Їхня ключова ідея – перенести рутинні та точні задачі з програмного рівня на апаратний.

Таймер зазвичай підключений до внутрішнього тактового сигналу (clock). Він просто інкрементує (або декрементує) значення регістра з кожним тактом або після поділу частоти. Коли значення досягає заданого рівня (переповнення або match), він може: згенерувати переривання, встановити прапорець події, або викликати апаратну дію (наприклад, змінити стан виходу). Це дозволяє створювати точні інтервали часу без постійного опитування з боку процесора.

Лічильник (counter) – це режим таймера, де він рахує не тактові імпульси, а зовнішні події наприклад імпульси з датчика, сигнали з енкодера або фронти цифрового сигналу. Таким чином він перетворює фізичні події на числове

значення. Головна перевага лічильника це незалежність від CPU при цьому процесор не витрачає час на “відлік” не зменшується навантаження на програму та підвищується точність (апаратний відлік стабільніший за програмний). Основні режими застосування таймера можна згрупувати в декілька режимів.

Таймери генерують періодичні переривання (наприклад, кожні 1 мс), які використовуються для перемикання задач, планування процесів та підтримки системного часу.

Замість циклів у коді (які неточні) використовується апаратний відлік.

Таймер може працювати в режимі широтно-імпульсної модуляції (**PWM**) тобто формувати сигнали для керування двигунами, регулювання яскравості LED, управляти живлення силових схем.

При виконанні програмного коду таймер забезпечує вимірювання часу для визначення тривалості імпульсу, встановлення період сигналу та величини частот.

Підрахунок подій це одна із задач до виконання якої долучається таймер. Це необхідно при визначенні обертів двигуна, обчисленні кількості імпульсів з датчиків, опрацювання трафіку сигналів.

Коли таймер досягає заданого значення, він може викликати переривання (**interrupt**). Це ключовий механізм для CPU що тимчасово зупиняє основну програму, виконує обробник події, повертається до основного коду.

Таймери та лічильники – це “апаратні годинники і реєстратори подій” мікроконтролера, які забезпечують керування подіями в режимі реального часу, а саме підтримують: точний час, облік подій, синхронізацію системи, ефективну багатозадачність.

4.8. Комунікаційні інтерфейси (Physical Layer)

Мікроконтролери оснащені різними апаратними інтерфейсами для зв'язку з іншими пристроями. Ці інтерфейси реалізуються на фізичному рівні за допомогою спеціалізованих трансиверів та логічних схем.

UART (Universal Asynchronous Receiver/Transmitter) простий послідовний інтерфейс для двостороннього зв'язку між двома пристроями (наприклад, MCU та комп'ютером через USB-UART конвертер). Використовує два дроти: RX (прийом) та TX (передача).

SPI (Serial Peripheral Interface) високошвидкісний синхронний послідовний інтерфейс, що дозволяє MCU (Master) обмінюватися даними з кількома периферійними пристроями (Slave). Використовує чотири дроти: MOSI, MISO, SCK, SS.

I2C (Inter-Integrated Circuit) двопровідна синхронна послідовна шина, яка дозволяє підключати багато пристроїв до однієї шини. Використовує два дроти: SDA (дані) та SCL (тактовий сигнал). Часто використовується для зв'язку з датчиками, EEPROM, дисплеями.

CAN (Controller Area Network) надійна шина для зв'язку в автомобілях та промисловій автоматизації.

Деякі сучасні мікроконтролери (наприклад, ESP32) використовують Ethernet/Wi-Fi/Bluetooth та інтегрують їх в апаратні модулі для бездротового зв'язку, що робить їх ідеальними для IoT-додатків.

Для багатьох вбудованих систем, особливо тих, що працюють від батарей (наприклад, IoT-датчики), енергоспоживання є критичним фактором. Мікроконтролери розроблені з урахуванням цього і пропонують різні режими енергозбереження.

Режими сну (Sleep Modes) дозволяють вимикати невикористовувані периферійні пристрої або навіть зупиняти CPU, залишаючи активними лише мінімально необхідні блоки (наприклад, таймер для пробудження). Це значно

зменшує споживання струму (до мікроампер). Керування тактовою частотою CPU також зменшує енергоспоживання.

Мікроконтролери є фундаментальним елементом сучасної електроніки та ІТ, забезпечуючи інтелектуальне керування та взаємодію з фізичним світом. Для студента ІТ розуміння їхньої архітектури, принципів роботи периферійних пристроїв та комунікаційних інтерфейсів є ключовим для розробки вбудованих систем, проектів IoT, робототехніки та будь-яких рішень, що вимагають взаємодії апаратного та програмного забезпечення. Це знання дозволяє не лише ефективно програмувати MCU, але й розуміти обмеження та можливості апаратної платформи, що є вирішальним для створення надійних та оптимізованих систем.

Приклади розв'язування задач в RStudio до розділу 4

Задача 1. Розрахунок контактної різниці потенціалів V_{bi}

Припустимо, у нас є кремнієвий p-n перехід $n_i = 1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Обчислимо бар'єр для різних рівнів легування акцепторною домішкою Na, при фіксованому $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ та кімнатній температурі $V_T = 0.0259 \text{ V}$.

Використаємо формулу для обчислення величини електричного бар'єру (V_{bi}) при різних рівнях легування.

$$V_{bi} = V_T \ln\left(\frac{N_a * N_d}{n_i^2}\right)$$

```
# Константи
```

```
ni <- 1.5e10
```

```
Nd <- 1e16
```

```
Vt <- 0.0259
```

```
# Вектор концентрацій акцепторів (від 10^15 до 10^18)
```

```
Na <- c(1e15, 1e16, 1e17, 1e18)
```

```
# Розрахунок  $V_{bi}$ 
```

```
Vbi <- Vt * log((Na * Nd) / ni^2)
```

```
# Результат
```

```
data.frame(Na = Na, Vbi_Volts = round(Vbi, 3))
```

Задача 2. Ширина збідненого шару W залежно від напруги

Обчислимо, як розширюється збіднений шар кремнієвого діода при зворотному зміщенні V_r . Формула для р-п переходу в залежності від величини напругим зворотнього зміщення.

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0(V_{bi} + V_r)}{q} \cdot \left(\frac{N_a + N_d}{N_a \cdot N_d}\right)}$$

Де $\epsilon = 11.7$ (для Si), $\epsilon = 8.85 \cdot 10^{-14} \frac{F}{cm}$, $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

```
# Константи
```

```
epsilon <- 11.7 * 8.854e-14
```

```
q <- 1.602e-19
```

```
Vbi_fixed <- 0.7
```

```
Na <- 1e16; Nd <- 1e16
```

```
# Вектор зворотної напруги (від 0 до 10 В)
```

```
Vr <- c(0, 1, 2, 5, 10)
```

```
# Розрахунок W (в сантиметрах)
```

```
W <- sqrt((2 * epsilon * (Vbi_fixed + Vr) / q) * ((Na + Nd) / (Na * Nd)))
```

```
# Перетворення в мікрометри (мкм) для зручності
```

```
W_um <- W * 1e4
```

```
# Результат
```

```
data.frame(Reverse_Voltage = Vr, Width_um = round(W_um, 3))
```

Задача 3. Рівняння Шоклі (ВАХ діода)

Розрахуємо прямий струм діода при різних значеннях прикладеної напруги V_a , якщо струм насичення $I_s = 10^{-12}$ А, $V_T = 0.0259$ а коефіцієнт неідеальності $n =$

$$1. I = I_s(e^{\frac{V_a}{nV_T}} - 1)$$

```
# Константи
Is <- 1e-12
n <- 1
Vt <- 0.0259

# Вектор прямої напруги
Va <- seq(0.4, 0.7, by = 0.05)

# Розрахунок струму
I <- Is * (exp(Va / (n * Vt)) - 1)

# Результат (в міліамперах)
data.frame(Voltage = Va, Current_mA = round(I * 1000, 3))

plot(Va, I, type="b", col="blue", xlab="Напруга (В)", ylab="Струм (А)",
main="ВАХ діода")
```

Задача 4. Робоча точка (Q-point) транзистора BJT

У схемі з фіксованим зміщенням бази важливо знайти струм колектора I_C та напругу V_{CE} , щоб транзистор не перейшов у режим насичення або відсічки. Для обчислення параметрів використаємо функціональні залежності, що описують параметри транзистора.

$$- I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B} \text{ де } I_B \text{ – струм бази, } V_{CC} \text{ – напруга живлення, } V_{BE} \text{ Напруга}$$

між базою і емітером, R_B опір базового резистора.

$$- I_C = \beta I_B, \text{ де } I_C \text{ – струм колектора, } I_B \text{ – струм бази, } \beta \text{ – коефіцієнт}$$

підсилення транзистора за струмом.

$$- V_{CE} = V_{CC} - I_C * R_C, \text{ де } V_{CE} \text{ – напруга між колектором і емітером, } V_{CC} \text{ –}$$

напруга живлення, I_C – струм колектора, R_C – опір колекторного резистора.

Вхідні дані: напруга живлення, опір бази, опір колектора, підсилення

```

Vcc <- 12
Vbe <- 0.7
Rb <- c(100e3, 200e3, 500e3) # Три різні резистори в Ом
Rc <- 1e3
beta <- 100
# Розрахунок
Ib <- (Vcc - Vbe) / Rb
Ic <- beta * Ib
Vce <- Vcc - Ic * Rc
# Формування звіту. Якщо Vce < 0, транзистор у насиченні
status <- ifelse(Vce > 0.2, "Активний", "Насичення")
data.frame(Rb_kOhm = Rb/1000, Ic_mA = Ic*1000, Vce_Volts = Vce, Status =
status)

```

Задача 5. АЧХ підсилювача (Діаграма Бode)

Для підсилювача на ОП важливо знати, на яких частотах він працює ефективно. Розрахуємо коефіцієнт підсилення для фільтра низьких частот першого порядку. Формула підсилення:

$$A(f) = \frac{A_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}, \text{ де } A(f) \text{ – амплітуда сигналу на частоті } f, A_0 \text{ – амплітуда при}$$

нульовій частоті, f_c – гранична частота.

```

# Параметри
A0 <- 100 # Максимальне підсилення
fc <- 1000 # Частота зрізу (1 кГц)
f <- 10^seq(0, 5, length.out = 100) # Вектор частот від 1 Гц до 100 кГц
# Розрахунок підсилення в дБ
Gain <- A0 / sqrt(1 + (f/fc)^2)
Gain_dB <- 20 * log10(Gain)
# Візуалізація

```

```
plot(f, Gain_dB, type="l", log="x", col="red", lwd=2,
     xlab="Частота (Гц)", ylab="Підсилення (дБ)", main="АЧХ підсилювача")
grid(col="gray")
abline(v=fc, col="blue", lty=2) # Лінія частоти зрізу
```

Задача 6. Аналіз похибки АЦП мікроконтролера

Мікроконтролери (наприклад, STM32 або Arduino) мають певну розрядність АЦП. Р допомагає змодельовати, як напруга перетворюється на цифровий код і яка при цьому виникає похибка квантування. Мікроконтролер має АЦП (аналого-цифровий перетворювач) з певною розрядністю N . Відомо, що Arduino Uno: $N=10$; STM32: $N=12$. Якщо опорна напруга АЦП дорівнює V_{ref} , то кількість можливих кодів: $L = 2^N$, крок квантування, або мінімальна зміна напруги, яку розрізняє АЦП обчислюється $\Delta U = \frac{U_{ref}}{2^N}$. Для вхідної напруги U_{in} цифровий код приблизно обчислюють так: $D = \frac{U_{in}}{V_{ref}} (2^N - 1)$. За цифровим кодом можна знайти напругу $U_D = \frac{D}{2^N - 1} V_{ref}$. Використаємо середовище RStudio для проведення обчислень.

```
# Параметри АЦП
Vref <- 3.3
bits <- c(8, 10, 12) # Порівняємо 8, 10 та 12 біт
# Вхідний аналоговий сигнал (наприклад, з датчика)
V_in <- seq(0, 3.3, length.out = 50)
# Функція розрахунку цифрового значення
calc_adc <- function(v, b) floor((v / Vref) * (2^b - 1))
# Розрахунок для різних розрядностей
results <- data.frame(
  Voltage = V_in,
  ADC_8bit = calc_adc(V_in, 8),
  ADC_10bit = calc_adc(V_in, 10),
  ADC_12bit = calc_adc(V_in, 12)
```

```
)
# Перевірка дискретності (кроку) для 8 біт
step_8bit <- Vref / (2^8)
print(paste("Крок квантування для 8 біт:", round(step_8bit, 4), "В"))
head(results)
```

Задача 7. Розрахунок характеристик сімейства MOSFET

Сімейство характеристик MOSFET – це набір графіків залежності струму стоку I_D від напруги сток-витік V_{DS} для різних фіксованих значень напруги затвор-витік V_{GS} . Ці графіки дозволяють візуально оцінити поведінку транзистора в різних режимах роботи і є ключовими для його проектування та аналізу схем.

$$I_D = \frac{K_n}{2} (V_{GS} - V_{TH})^2 (1 + \lambda V_{DS})$$

Замість поштучного обчислення струму стоку I_D , ми створимо матрицю значень для різних напруг на затворі V_{GS} та побудуємо графіки.

```
# Функція для розрахунку струму стоку MOSFET
calculate_mosfet_id <- function(VGS, VDS, VTH, Kn, lambda_param) {
  ID <- matrix(0, nrow = length(VGS), ncol = length(VDS))
  for (i in 1:length(VGS)) {
    for (j in 1:length(VDS)) {
      vgs_val <- VGS[i]
      vds_val <- VDS[j]
      if (vgs_val < VTH) {
        # Область відсічки
        ID[i, j] <- 0
      } else {
        Vov <- vgs_val - VTH
```

```

if (vds_val < Vov) {
# Тріодна (лінійна) область
ID[i, j] <- Kn * (Vov * vds_val - 0.5 * vds_val^2)
} else {
# Область насичення
ID[i, j] <- 0.5 * Kn * Vov^2 * (1 + lambda_param * vds_val)
}
}
}
}
return(ID)
}

vgs_values <- seq(0, 5, by = 1) # 0, 1, 2, 3, 4, 5 Вольт
vds_values <- seq(0, 10, length.out = 100) # 0-10 Вольт з високою роздільною
здатністю

VTH <- 1.0 # Вольт
Kn <- 2e-3 # A/V^2 (2 mA/V^2)
lambda_param <- 0.02 # 1/V
# Розрахунок струму стоку
ID_matrix <- calculate_mosfet_id(vgs_values, vds_values, VTH, Kn,
lambda_param)

png("/mosfet_characteristics_R.png", width = 800, height = 600, res = 100)
plot(
vds_values, ID_matrix[1, ] * 1000,
type = "l",
col = 1,
ylim = c(min(ID_matrix) * 1000, max(ID_matrix) * 1000),
xlab = "Напруга сток-витік VDS (V)",
ylab = "Струм стоку ID (mA)",
main = "Сімейство характеристик MOSFET (ID vs VDS)",

```

```

lwd = 2)
for (i in 2:length(vgs_values)) {
  lines(vds_values, ID_matrix[i, ] * 1000, col = i, lwd = 2)
}
legend(
  "topleft",
  legend = paste("VGS =", vgs_values, "V"),
  col = 1:length(vgs_values),
  lwd = 2,
  cex = 0.8
)
grid()
cat("Графік збережено як /mosfet_characteristics_R.png\n")
# Збереження деяких результатів у текстовий файл
output_text <- paste(
  "Матриця значень струму стоку ID (mA) для різних VGS та VDS:\n",
  "VGS значень: ", paste(vgs_values, collapse = ", "), "\n",
  "Розмір матриці ID: ", nrow(ID_matrix), "x", ncol(ID_matrix), "\n",
  "\nПриклад значень для VGS = 5V (кожен 10-й елемент):\n",
  paste(round(ID_matrix[vgs_values == 5, seq(1, length(vds_values), by = 10)] *
1000, 2), collapse = ", "), "\n",
  sep = ""
)
# Обчислення параметрів транзистора
k_n <- 2e-3 # Коефіцієнт провідності (A/V^2)
V_th <- 1.5 # Порогова напруга (V)
# Вектор напруг сток-витік (V_ds)
V_ds <- seq(0, 5, by = 0.1)
# Функція розрахунку струму (спрощена модель)
calc_Id <- function(vgs, vds) {

```

```

ifelse(vgs < V_th, 0,
ifelse(vds < (vgs - V_th),
k_n * ((vgs - V_th) * vds - (vds^2 / 2)), # Лінійний режим
(k_n / 2) * (vgs - V_th)^2)) # Режим насичення
}
# Автоматичний розрахунок для V_gs = 2V, 3V та 4V
results <- data.frame(
  Vds = V_ds,
  Id_2V = calc_Id(2, V_ds),
  Id_3V = calc_Id(3, V_ds),
  Id_4V = calc_Id(4, V_ds)
)
head(results) # Миттєвий результат для всіх точок

```

Задача 8. Професійний графік ВАХ через ggplot2

Пакет ggplot2 дозволяє створювати графіки видавничої якості. Побудуємо вольт-амперну характеристику діода.

```

library(ggplot2)
# Створення даних
Va <- seq(0, 0.8, by = 0.01)
Is <- 1e-12
Vt <- 0.026
Id <- Is * (exp(Va / Vt) - 1)
df <- data.frame(Va, Id)
# Побудова графіка
ggplot(df, aes(x = Va, y = Id * 1000)) +
  geom_line(color = "#2c3e50", size = 1.2) +
  labs(title = "Вольт-амперна характеристика діода",
  x = "Напруга (V)", y = "Струм (mA)") +

```

```
theme_minimal() +
scale_y_continuous(breaks = seq(0, 20, 2)) +
annotate("text", x = 0.4, y = 15, label = "Експоненціальне зростання", color =
"red")
```

Задача 9. Апроксимація значень експерименту. Знаходження параметрів діода (nls)

За результатами проведеної лабораторної отримали заміри (струм та напруга), за цими даними можна знайти реальну порогову напругу або температурний потенціал.

```
# Уявімо, що це ваші заміри з приладу (з додаванням випадкової похибки)
measured_V <- seq(0.5, 0.7, by = 0.02)
measured_I <- 1e-12 * (exp(measured_V / 0.028) - 1) +
rnorm(length(measured_V), 0, 0.001)
```

```
lab_data <- data.frame(V = measured_V, I = measured_I)
```

```
# Використання Non-linear Least Squares (nls) для пошуку реального Vt
model <- nls(I ~ Is * (exp(V / Vt) - 1),
data = lab_data,
start = list(Is = 1e-12, Vt = 0.025))
```

```
summary(model) # R покаже точне значення Vt вашого конкретного діода
```

Задача 10. Моделювання шуму та дослідження стійкості підсилювача

Додамо "білий шум" до чистого синусоїдального сигналу, щоб побачити, як він вплине на вихід підсилювача.

```
# Створення чистого сигналу (1 кГц)
t <- seq(0, 0.005, len = 500)
signal_pure <- sin(2 * pi * 1000 * t)
```

```

# Додавання шуму (наприклад, теплового або електромагнітної наводки)
noise <- rnorm(length(t), mean = 0, sd = 0.2)
signal_noisy <- signal_pure + noise

# Моделювання підсилення (K=10) з обмеженням по живленню (насичення
на 8V)
k <- 10
output <- k * signal_noisy
output[output > 8] <- 8 # Кліпінг (обрізка сигналу)
output[output < -8] <- -8

# Порівняння
plot(t, signal_noisy, type="l", col="gray", main="Вхідний шум та вихід
підсилювача")
lines(t, output/k, col="blue", lwd=2) # Масштабований вихід для порівняння
legend("topright", legend=c("Вхід з шумом", "Очищений/Підсилений
(модель)"), col=c("gray", "blue"), lty=1)

```

Інтегровані завдання розділу 4

Завдання 1. Моделювання потенціального бар'єру V_{bi}

Необхідно написати скрипт в R, який розраховує контактну різницю потенціалів для кремнієвого переходу при кімнатній температурі. Створити вектор значень концентрації донорів N_d (від 10^{14} до 10^{18} см^{-3}) при фіксованій концентрації акцепторів $N_a = 10^{16}$ см^{-3} . Побудувати графік залежності V_{bi} від $\log(N_d)$ логарифм концентрації донорних домішок у напівпровіднику.

Завдання 2. Динаміка збідненого шару

Розрахувати ширину збідненого шару W залежно від прикладеної зворотної напруги V_r (від 0 до 15 В). Продемонструвати розширення зони просторового заряду. Використати пакет `ggplot2` для візуалізації розширення шару.

Завдання 3. Аналіз ВАХ за рівнянням Шоклі

Використовуючи вектор напруг від 0 до 0.8 В, розрахувати прямий струм діода.

Порівняти на одному графіку кремнієвий $I_s = 10^{-12}$ А) та германієвий діоди $I_s = 10^{-7}$ А. Визначити "порогову напругу" програмним шляхом (точка різкого зростання).

Завдання 4. Моделювання випрямляча з фільтром

Створити функцію, що генерує синусоїду (АС). Реалізувати алгоритм однопівперіодного випрямлення (відсікання від'ємних значень). Побудувати графік вхідного та випрямленого сигналів.

Завдання 5. Стабілізація напруги (Діод Зенера)

Змоделювати роботу стабілітрона в режимі зворотного пробою. Створити вектор вхідної напруги з шумом та показати за допомогою R, як стабілітрон "обрізає" піки, підтримуючи сталу V_{zener} (напруга стабілізації (або пробою) стабілітрона).

Завдання 6. Розрахунок робочої точки (Q-point) BJT.

Для n-p-n транзистора в схемі із спільним емітером розрахувати струм колектора I_c для вектора струмів бази I_b . Побудувати сімейство вихідних характеристик $I_c = f(V_{ce})$.

Завдання 7. MOSFET як ключ у цифровій логіці

Змоделювати стан MOSFET (відкритий/закритий) залежно від напруги на затворі V_{gs} відносно порогової V_{th} .

Використати логічні вектори в R (TRUE/FALSE) для відображення провідності каналу.

Завдання 8. Енергоефективність MOSFET vs BJT

На основі теоретичних даних розрахувати статичне споживання потужності для обох типів транзисторів у режимі ключа. Побудувати гістограму порівняння втрат енергії на керування (струм бази vs ізольований затвор).

Завдання 9. Класи підсилювачів та ККД

Створити вектор значень ККД для класів А, В, АВ та D. Розрахувати кількість тепла, що виділяється при вихідній потужності 10 Вт для кожного класу, та візуалізувати це.

Завдання 10. Моделювання Операційного Підсилювача (ОП)

Реалізувати в R функцію компаратора на базі ОП: якщо $V_{in} > V_{ref}$, вихід – логічна "1", інакше – "0". Показати перетворення зашумленого аналогового сигналу в чистий цифровий меандр.

Завдання 11. Закон Мура та прогрес ІС

Використовуючи історичні дані про кількість транзисторів у процесорах Intel (від 4004 до сучасних), побудувати графік у логарифмічній шкалі. Виконати лінійну регресію ($\text{lm}()$) для прогнозування кількості транзисторів у 2030 році.

Завдання 12. Порівняння логічних сімейств TTL та CMOS

Розрахувати сумарне енергоспоживання системи з 1 млн вентилів для TTL (споживання у спокої) та CMOS (споживання лише при перемиканні на частоті f). Знайти частоту, при якій CMOS починає споживати більше, ніж TTL.

Завдання 13. Дискретизація сигналу (АЦП)

Змоделювати процес АЦП: взяти синусоїдальний сигнал і перетворити його у вектор цифрових значень (квантування) для 8-бітного та 12-бітного перетворювачів. Побудувати графік похибки квантування для обох випадків.

Завдання 14. Розрахунок параметрів ШІМ (PWM)

Написати скрипт, який розраховує середню напругу на навантаженні залежно від шпаруватості (Duty Cycle). Створити в R анімацію або серію графіків, що показують зміну ширини імпульсів.

Завдання 15. Моделювання режимів сну (Power Management)

Розрахувати час роботи IoT-пристрою від батареї 1000 мАг, якщо він перебуває у режимі "Sleep" (10 мкА) 95% часу та у режимі "Active" (50 мА) 5%

часу. Побудувати графік залежності терміну служби батареї від відсотка часу перебування в режимі сну.

Контрольні питання до розділу 4

1. Опишіть фізичний процес утворення р-n переходу. Які типи носіїв заряду є основними в р-типі та n-типі напівпровідників?
2. Поясніть, що таке збіднений шар у р-n переході та як він формується. Яку роль відіграє потенційний бар'єр?
3. Чому р-n перехід є фундаментальним елементом для сучасної цифрової електроніки? Наведіть приклад його використання як базового будівельного блоку.
4. Опишіть фізичний принцип роботи діода при прямому та зворотному зміщенні. Чому діод називають "електронним клапаном"?
5. Наведіть три приклади застосування діодів у комп'ютерних системах або периферійних пристроях. Поясніть фізичний процес, що лежить в основі кожного застосування.
6. Яка фізична відмінність між звичайним діодом та світлодіодом (LED)? Де LED використовуються в ІТ-пристроях?
7. Поясніть основну функцію транзистора. Які два режими роботи (як перемикач, як підсилювач) є ключовими для ІТ?
8. Опишіть фізичний принцип керування струмом у біполярному транзисторі (BJT). Який струм контролює інший струм?
9. Яка фізична перевага MOSFET транзисторів над BJT у сучасних інтегральних схемах, особливо з точки зору енергоспоживання та щільності розміщення? Поясніть роль затвора та діелектрика.
10. Як транзистори використовуються для побудови логічних вентилів у мікропроцесорах? Опишіть, як фізичний стан транзистора відповідає логічним "0" та "1".

11. Поясніть фізичний принцип роботи підсилювача сигналу. За рахунок чого відбувається збільшення амплітуди сигналу?
12. Наведіть два приклади, де підсилювачі є важливими для функціонування ІТ-систем (наприклад, у мережах або мультимедіа). Опишіть, як фізичний процес підсилення впливає на передачу інформації.
13. Чому підсилювачі є необхідними для датчиків, які підключаються до мікроконтролерів?
14. Що таке інтегральна схема (ІС) з фізичної точки зору? Які основні компоненти вона містить?
15. Опишіть ключові фізичні переваги інтеграції мільярдів транзисторів на одному чипі для ІТ-індустрії (швидкість, енергоспоживання, розмір).
16. Які фізичні процеси лежать в основі виробництва ІС (мікрофабрикації)? Назвіть щонайменше два.
17. Як фізична структура ІС пам'яті (наприклад, RAM) дозволяє зберігати біти інформації?
18. Що таке мікроконтролер з фізичної точки зору? Які основні компоненти комп'ютера інтегровані на одному чипі?
19. Поясніть, як фізичні процеси в мікроконтролері дозволяють йому взаємодіяти з зовнішнім світом через порти вводу/виводу (GPIO) та АЦП/ЦАП.
20. Наведіть три приклади застосування мікроконтролерів у сучасних ІТ-системах (крім персональних комп'ютерів). Поясніть, чому саме мікроконтролери є оптимальним рішенням для цих завдань з фізичної точки зору (розмір, енергоспоживання, спеціалізація).

РОЗДІЛ 5. МАГНЕТИЗМ ТА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

5.1. Магнітне поле та електромагнітна індукція

Характеристикою контуру із струмом є магнітний момент $\vec{P}$, що визначається так

$$\vec{P} = \vec{n}SI \quad (5.1)$$

де вектор $\vec{n}$ – одиничний додатний вектор нормалі до поверхні контуру S , із вершини якого напрямок струму в контурі буде проти годинникової стрілки.

Силовою характеристикою поля є вектор індукції магнітного поля $\vec{B}$, який визначається з виразу

$$\vec{M} = [\vec{P}\vec{B}] \quad (5.2)$$

Орієнтуючи контур у просторі, можна знайти максимальне значення величини моменту сили $M_{\max} = PB \cdot \sin \pi/2 = PB$ і тим самим визначити величину вектора $\vec{B}$ так

$$B = M_{\max}/P \quad (5.3)$$

Одиницею вимірювання індукції є тесла

$$[B] = \frac{H}{A \cdot m} = \text{Тл} \quad (5.4)$$

Графічно магнітне поле зображується за допомогою силових ліній. Замкненість силових ліній відображає той факт, що в природі не існують магнітні "заряди" (монополі Дірака), як джерел магнітного поля.

Закон Біо–Савара–Лапласа.

Біо та Савар експериментально дослідили вектор індукції магнітного поля $d\vec{B}$, створеного елементом електричного струму $d\vec{l}$, а Лаплас узагальнив ці дослідження, зв'язавши відповідні величини у витончену векторну формулу

$$d\vec{B} = k \frac{I \cdot [d\vec{l} \cdot \vec{r}]}{r^3} \quad (5.5)$$

де

$$k = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \quad (5.6)$$

а

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \quad (5.7)$$

є магнітна стала, $\vec{r}$ – радіус-вектор положення точки спостереження відносно елемента струму $d\vec{l}$, I – сила струму в провіднику. Напрямок $d\vec{l}$ задається напрямком струму. Величина вектора $d\vec{B}$ дорівнює

$$|d\vec{B}| = k \frac{I \cdot dl \cdot \sin\alpha}{r^2} \quad (5.8)$$

Із закону Біо–Савара–Лапласа випливає принцип суперпозиції, який визначає, що магнітне поле, створене декількома струмами, має індукцію $\vec{B}$, яка визначається векторною сумою N індукцій $\vec{B}_i$, створених кожним струмом I_i окремо

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{i=N} \vec{B}_i \quad (5.9)$$

У магнітних середовищах, у порівнянні з вакуумом, величина індукції магнітного поля $\vec{B}$ збільшується в μ разів і становить

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0 \quad (5.10)$$

Коефіцієнт μ називається магнітною проникливістю середовища.

Індукція $\vec{B}$ є силовою характеристикою магнітного поля, але для зручності розрахунків інших характеристик поля введено поряд з індукцією $\vec{B}$ ще й напруженість поля $\vec{H}$, яка для діамagnetиків та парамагнетиків визначається так

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0} \quad (5.11)$$

За законом Біо–Савара–Лапласа dN електронів створюють індукцію $d\vec{B}$ магнітного поля, а тому індукція $\vec{B}_0$ поля, створеного одним зарядом, може бути обчислена так

$$\vec{B}_0 = \frac{d\vec{B}}{dN}, \vec{B}_0 = kq \frac{[\vec{v} \cdot \vec{r}]}{r^3} \quad (5.12)$$

5.2. Магнітне поле деяких провідників із струмами

Магнітне поле прямого провідника із струмом.

У випадку нескінченно довгого прямолінійного провідника ($b \ll$ довжини провідника L) кути $\alpha_1, \alpha_2 \rightarrow 0$ і тоді

$$B_\infty = k \frac{2I}{b} \quad (5.13)$$

Магнітне поле колового струму.

Нехай по провіднику у вигляді кола радіуса R тече струм I . Якщо точка A збігається з центром кола, то $r=R$ і в центрі колового струму буде

$$B = \mu_0 \frac{I}{2R} \quad (5.14)$$

Магнітне поле соленоїда

Соленоїд являє собою циліндр радіуса R довжиною L . Для нескінченно довгого соленоїда ($R \ll L$) α_1 та $\alpha_2 \rightarrow 0$ і тоді

$$B_\infty = \mu_0 n I \quad (5.15)$$

5.2.1. Циркуляція індукції магнітного поля

З одержаного виразу знайдемо величину індукції поля тороїда де n -густина витків тороїда.

$$B = \mu_0 \frac{N}{C} I = \mu_0 n I \quad (5.16)$$

Нескінченно великий соленоїд можна уявити як тороїд, а величини їх індукції будуть співпадати.

Проводячи цілий ряд дослідів, Ампер установив, що на елемент $d\vec{l}$ провідника із струмом I в магнітному полі з індукцією $\vec{B}$ діє сила

$$d\vec{F}_A = I[d\vec{l}\vec{B}] \quad (5.17)$$

Сила $\vec{F}_{\text{лм}}$ називається магнітною складовою сили Лоренця - сили, що діє на заряджену частинку в електромагнітному полі

$$\vec{F}_\text{л} = \vec{F}_{\text{ле}} + \vec{F}_{\text{лм}} \quad (5.18)$$

де $\vec{F}_{\text{ле}} = q\vec{E}$ – електрична складова сили Лоренця, $\vec{E}$ – напруженість електричного поля.

Сила $\vec{F}_{\text{лм}}$ перпендикулярна векторам $\vec{V}$ і $\vec{B}$, тому є доцентровою силою, яка викликає рух заряду по колу з радіусом R.

$$R = \frac{mV}{qB} \quad (5.19)$$

Період обертання для рівномірного руху заряду в однорідному магнітному полі зі сталою індукцією $\vec{B}$ можна знайти, розділивши довжину кола $C = 2\pi R$ на швидкість обертання V

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \quad (5.20)$$

При цьому частинка буде описувати гвинтову лінію з кроком

$$h = V_\tau \cdot T = V_\tau \frac{2\pi m}{qB} \quad (5.21)$$

В околиці елемента dl струму I_2 струм I_1 створює магнітне поле з індукцією величини

$$B = k \frac{2I_1}{b} \quad (5.22)$$

Якщо напрямок струму I_1 співпадає з віссю OX і струми лежать у площині XOY, то вектор $\vec{B}$ у будь-якій точці струму I_2 спрямований по осі OZ. Сила Ампера, що діє на елемент провідника dl визначається законом Ампера

$$d\vec{F} = I_2[d\vec{l}\vec{B}] \quad (5.23)$$

Вектор $d\vec{F}$ спрямований до струму I_1 . Якщо струми паралельні, то провідники притягуються, а коли навпаки, то провідники відштовхуються.

$$dF = k \frac{2I_1 I_2}{b} \cdot dl \quad (5.24)$$

На контур із струмом I , що знаходиться в магнітному полі з індукцією $\vec{B}$ діє пара сил $\vec{F} = I[\vec{b}\vec{B}]$ із плечем a . Вони створюють момент сили, який можна записати так

$$\vec{M} = [\vec{a}\vec{F}] \quad (5.25)$$

з величиною

$$|\vec{M}| = IbaB = |[\vec{P}\vec{B}]| \quad (5.26)$$

де $\vec{P} = \vec{n}IS$ – магнітний момент контуру, $S = ab$.

При повороті контуру на кут момент сили виконує роботу $\delta A = PM\sin\beta \cdot d\beta$, а повна робота

$$A = \int_{\beta_1}^{\beta_2} PM\sin\beta \cdot d\beta \quad (5.27)$$

де β - кут між векторами $\vec{P}$ та $\vec{B}$, інтегрування проводиться від β_1 до β_2 . Після інтегрування маємо

$$A = -PB(\cos\beta_2 - \cos\beta_1) = -[(\vec{P}\vec{B})_2 - (\vec{P}\vec{B})_1] \quad (5.28)$$

Ця робота виконується за рахунок зменшення потенціальної енергії взаємодії контуру з магнітним полем де величина

$$W = -(\vec{P}\vec{B}) \quad (5.29)$$

є механічна потенціальна енергія контуру в магнітному полі.

Елементарний потік $d\Phi$ вектора індукції магнітного поля $\vec{B}$ через елементарну поверхню dS із нормаллю $\vec{n}$ визначається скалярним добутком

$$d\Phi = \vec{B}d\vec{S} \quad (5.30)$$

де вектор $d\vec{S} = \vec{n}dS$.

Потік вектора магнітної індукції через довільну замкнену поверхню S за теоремою Остроградського-Гауса дорівнює нулю.

$$\oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0 \quad (5.31)$$

Повний магнітний потік через N простих контурів із магнітним потоком Φ через кожний з них називається потокозчепленням. Магнітний потік через виток соленоїда з перерізом S і лінійною густиною n витків є

$$\Phi = SB = S\mu\mu_0 nI \quad (5.32)$$

а потокозчеплення через N витків становить

$$\Psi = N\Phi = NS\mu\mu_0 nI = \mu\mu_0 n^2 IV \quad (5.33)$$

де V – об'єм соленоїда.

Потокозчеплення контуру, зумовлене магнітним полем струму, що тече в іншому контурі називається потокозчепленням взаємної індукції цих контурів.

Якщо в магнітному полі з індукцією $\vec{B}$ знаходиться провідник $d\vec{l}$ із струмом I , то магнітне поле створить силу Ампера $\vec{F}_A$. Ця сила приведе провідник у рух і за час dt він переміститься на $d\vec{r}$. Елементарну роботу сили Ампера запишемо у вигляді

$$A = \int_1^2 I \cdot d\Phi = I\Delta\Phi \quad (5.34)$$

Питомий заряд електрона

$$\gamma = \frac{e}{m} \quad (5.35)$$

можна визначити, розглядаючи його рух у схрещених (взаємно перпендикулярних) магнітному та електричному полях. Такі поля можуть створювати, наприклад, соленоїд та циліндрична електронна лампа, розміщена в ньому. Анодом лампи є циліндр радіуса r_0 , а катодом - розжарена нитка, розміщена вздовж осі циліндра. Проходячи анодну напругу U , термоелектрони катода наблизяться до поверхні анода і набудуть швидкість V .

Тепер питомий заряд можна записати у вигляді

$$\gamma = \frac{8U}{(\mu_0 \mu n I_{кр} r_0)^2} \quad (5.36)$$

Ефект Холла полягає у тому, що при протіканні струму I через провідник, що розміщений у магнітному полі між верхньою та нижньою гранями

створюється напруга $U_{\perp}$, яку називають поперечною або холлівською. Холл дослідним шляхом установив залежність величини U_H від густини струму та індукції B

$$U_H = R_H X j B d \quad (5.37)$$

де величина R_H – стала Холла.

За формою траєкторії прискорюваних частинок прискорювачі поділяються на дві групи: лінійні та циклічні. У перших - траєкторії близькі до прямих, а у других вони можуть бути близькими до кола або спіралей, що розкручуються.

В лінійних прискорювачах напруга створюється або високовольтним генератором Ван - де - Граафа, або високовольтним імпульсним генератором.

Прискорювач заряджених частинок, що складається з двох металічних дуантів M і N – двох половинок тонкостінної металічної циліндричної коробки, розділеної вузькою щілиною D , називається циклотроном. Це досягається тим, що період змінної напруги T_0 дорівнює періоду T обертання частинки (синфазність)

$$T=T_0, T = \frac{2\pi m}{qB} \quad (5.38)$$

Теоретично показано, що набута гранична енергія частинки в циклотроні не перевищує

$$W=4 \sqrt{m_0 c^2 \cdot \frac{qU_0}{\pi}} \quad (5.39)$$

де U_0 - амплітуда прискорюючого електричного поля, m_0 – маса спокою частинки.

Якщо проводиться синхронізація величини індукції магнітного поля B і частоти прискорюючого електричного поля для врахування зміни релятивістської маси частинки $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$, то такий циклічний прискорювач називається синхрофазотроном. При цьому період T залишається сталим, а енергії прискорених частинок досягають сотень Гев ($1\text{Гев} = 10^9 \text{ еВ}$).

У колайдерах енергії прискорених частинок сягають $\sim 10^{11} \text{ еВ}$: співударення двох протонів у цих пучках, розігнаних до енергії 50 Гев, еквівалентно

бомбардуванню нерухомої мішені з протонів пучком протонів, розігнаних до енергії ~ 5300 Гев.

Мас-спектрометр - установка, що розділяє траєкторії руху заряджених частинок за їх питомим зарядом $\gamma = q/m$.

В мас-спектрометрах, прискорені частинки під дією магнітного поля заряди рухаються по траєкторіям, що є дугами кіл, радіуси яких

$$R = \frac{V}{\gamma B} \quad (5.40)$$

В магнітному полі на заряджену частинку діє сила Лоренця перпендикулярна до силових ліній індукції $\vec{B}$, яка, змінюючи траєкторію частинок, може збирати чи розсіювати заряджені частинки. До таких полів відносяться, наприклад, магнітні поля в соленоїді чи спеціальним чином створені інші неоднорідні магнітні поля.

Електронний мікроскоп - пристрій, призначений для одержання зображення мікрооб'єктів, у якому на відміну від оптичного мікроскопа замість світлових променів використовують прискорені до великих енергій (30 – 100 кеВ і більш) в умовах глибокого вакууму (приблизно 0,1 мПа) електронні пучки, а замість звичайних лінз – електронні та магнітні лінзи.

За допомогою електронних мікроскопів можна домогтися значних збільшень (до 10^6 разів), що дозволяє спостерігати деталі структур розмірами до 10^{-10} м.

Дослідним шляхом встановлено, що електрон поряд із такими характеристиками як заряд, маса та класичний радіус має ще й власний момент імпульсу

$$L_s = \hbar \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (5.41)$$

який одержав назву спіна електрона. В цьому виразі $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – стала Дірака, h – стала Планка. Спіну електрона відповідає спіновий магнітний момент $P_s = \gamma_s L_s$, причому

$$\gamma_s = -\frac{e}{m_e} = 2\gamma \quad (5.42)$$

5.2.2. Прецесія електрона

Унаслідок прецесії відбувається додатковий рух електрона навколо $\vec{B}$, а це еквівалентно малому додатковому струму,

$$\Delta I = e \frac{\omega_L}{2\pi} \quad (5.43)$$

який створює додатковий магнітний момент і орбітальний магнітний момент

$$P'_m = \frac{e^2 B}{4\pi m} S \quad (5.44)$$

де вектор $\vec{P}'_m \parallel \vec{B}$, S – площа проекції орбіти прецесії електрона на площину вектору $\vec{B}$. Таким чином в атомі під дією зовнішнього магнітного поля виникає додатковий магнітний момент, що спрямований проти індукції зовнішнього магнітного поля.

5.3. Магнітне поле в магнетиках

Будь - яка речовина, внесена в зовнішнє магнітне поле, намагнічується, створюючи своє власне магнітне поле. При дослідженні магнітного поля використовується така його характеристика як вектор напруженості

$$\vec{H} = \vec{B}_0 / \mu_0 \quad (5.45)$$

Як показують досліди, для ізотропного магнетика величина вектора намагніченості середовища пропорційна напруженості магнітного поля H , тобто

$$\vec{J} = \chi \vec{H} \quad (5.46)$$

χ – коефіцієнт пропорційності, який називають магнітною сприйнятливістю середовища.

За гіпотезою Ампера, виникнення магнітних властивостей у магнетиках пов'язане з молекулярними струмами I'_o , джерелом яких є рух електронів в атомах, іонах, молекулах. В підсумку поле в магнетику є сумою зовнішнього та внутрішнього магнітних полів

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_v \quad (5.47)$$

Розглянемо поле в середині магнетика у вигляді циліндра довжини L та радіуса основи $r \ll L$. Остаточно вираз для індукції у середовищі магнетика $\vec{B} = B_0 + \vec{B}_v$ запишеться так

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \quad (5.48)$$

де μ – магнітна проникливість середовища.

Частку, що приходить на індукцію, створену молекулярними струмами, можна записати так

$$\frac{B_v}{B} = \frac{\mu_0 \chi H}{\mu \mu_0 H} = \frac{\chi}{\mu} = \frac{\mu - 1}{\mu} \quad (5.49)$$

За ступенем й характером намагніченості розрізняють три групи речовин: діамагнетики, парамагнетики й феромагнетики.

Діамагнетиком називається речовина, яка в зовнішньому магнітному полі намагнічується і її індукція має напрямок, протилежний напрямкові індукції зовнішнього поля. Цей коефіцієнт визначає магнітну сприйнятливість $\chi = \frac{\chi'}{1 - \chi'}$.

Для діамагнетиків величина $\chi' \approx 10^{-6} \div 10^{-5}$ і $\chi \sim \chi'$, тобто

$$\chi = - \frac{\mu_0 n e^2 Z \langle S \rangle}{4 \pi m} \quad (5.50)$$

Позначення:

χ – магнітна сприйнятливість речовини.

μ_0 – магнітна стала.

n – концентрація атомів (число атомів в одиниці об'єму).

e – заряд електрона.

Z – кількість електронів в одному атомі, що беруть участь у діамагнітному ефекті.

$\langle S \rangle$ – середня площа електронної орбіти.

m – маса електрона.

Мінус означає, що намагніченість виникає проти зовнішнього магнітного поля, тобто це саме діамагнетизм.

Парамагнетиками називаються речовини, які намагнічуються в зовнішньому магнітному полі за рахунок переорієнтації власних магнітних моментів атомів P_m із хаотичного в напрямку $\vec{B}$ під дією механічного моменту сили $\vec{M} = [\vec{P}_m \vec{B}]$. Магнітна сприйнятливість парамагнетиків визначається так

$$\chi = \frac{\mu_0 n P_m^2}{3kT} \quad (5.51)$$

Кюрі експериментально встановив, що величина χ обернено пропорційна температурі і це співвідношення має назву закону Кюрі.

$$\chi = \frac{C}{T} \quad (5.52)$$

Феромагнетиками називаються тверді тіла, в яких існують макроскопічні області спонтанної намагніченості - домени. При температурі $T > T_k$ – температури Кюрі феромагнетик утрачає доменну структуру і має характеристики властиві парамагнетикам.

Закон повного струму для магнітного поля в магнетику дає визначення циркуляції напруженості магнітного поля $\vec{H}$ через макрострум

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I_{\text{макро}} \quad (5.53)$$

що проходить через поверхню S , натягнуту на замкнений контур L .

Правило Ленца

При будь-якій зміні магнітного потоку Φ_m крізь поверхню, натягнуту на замкнутий контур провідника, в останньому виникає індукційний струм такого напрямку, що потік вектора індукції його магнітного поля Φ_i протидіє зміні

зовнішнього магнітного потоку Φ_m . За законом Ома ЕРС ε_i індукції можна записати через індукційний струм I_i та опір контуру R

$$I_i = \frac{dq}{dt}, \varepsilon_i = I_i R_i \quad (5.54)$$

5.4. Закон Фарадея й закон збереження енергії

Якщо замкнений провідник довжиною dl із струмом I помістити у магнітне поле $\vec{B}$, то під дією сили Ампера провідник буде переміщуватися.

$$\varepsilon I dt = RI^2 dt + Id\Phi \quad (5.55)$$

З одержаного рівняння, можна записати закон Ома у вигляді

$$I = \frac{\varepsilon + (-\frac{d\Phi}{dt})}{R} \quad (5.56)$$

Вираз у чисельнику містить складову $-\frac{d\Phi}{dt}$, яка має розмірність електрорушійної сили і називається ЕРС індукції

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (5.57)$$

Таким чином, розглядаючи окремий випадок зміни магнітного потоку через контур провідника, із закону збереження енергії ми одержали вираз закону Фарадея. Будь-яка зміна у часі величини магнітного потоку Φ_m через деякий контур призводить до виникнення в ньому ЕРС індукції, яка пропорційна швидкості зміни магнітного потоку

Можна одержати ЕРС індукції у провіднику за визначенням

$$\varepsilon_i = \frac{\delta A}{-e} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (5.58)$$

Таким чином, і у цьому окремому випадку зміни магнітного потоку, ми також одержали вираз для закону Фарадея.

Генератор, що безпосередньо перетворює внутрішню енергію плазми у електричну називається магнітогідродинамічним генератором (МГД – генератор) Таким чином, в МГД - генераторі електричний струм створюється

складовими зарядами плазми і він виконує роботу за рахунок їх кінетичної енергії.

Електрорушійна сила ε_i при цьому може бути записана через напруженість $\vec{E}$ як

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E} d\vec{l} \quad (5.59)$$

Підставивши в закон Фарадея вирази для ЕРС індукції та магнітного потоку одержимо циркуляцію напруженості індукованого поля у вигляді

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_m}{\partial t} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad (5.60)$$

Якщо в контурі протікає струм I , то навколо нього створюється магнітне поле з індукцією $\vec{B}$, яке у свою чергу створює магнітний потік. Величина такого магнітного потоку пропорційна силі струму I у провідникові

$$\Phi_m = LI \quad (5.61)$$

Коефіцієнт пропорційності L називається індуктивністю контуру і її величина визначається його конфігурацією (геометрією). Це явище назвали самоіндукцією. Якщо в колі протікає змінний струм I , або змінюється конфігурація кола, то в ньому виникає ЕРС самоіндукції

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \left(-L \frac{dI}{dt}\right) + \left(-I \frac{dL}{dt}\right) \quad (5.62)$$

Напрямок ε_s такий, що поле струму самоіндукції протидіє зміні магнітного потоку Φ_m .

Як приклад, розглянемо магнітний потік через довгий соленоїд. Індукція магнітного поля соленоїда

$$B = \mu_0 n I \quad (5.63)$$

де n – густина витків, I – струм у соленоїді. З урахуванням (6.62) магнітний потік через соленоїд буде таким

$$\Phi_m = NBS = LI \quad (5.64)$$

де $L = \mu_0 N S n = \mu_0 n (lS)n = \mu_0 n^2 V$ – індуктивність соленоїда, а $V=lS$ – об'єм соленоїда.

Якщо соленоїд знаходиться в магнітному середовищі з магнітною проникливістю μ , то індуктивність соленоїда буде

$$L = \mu_0 \mu n^2 V \quad (5.65)$$

Якщо в обмеженому просторі знаходяться два контури і в першому з них виникає змінний струм I_1 , то в другому індукується ЕРС взаємоіндукції

$$\varepsilon_{\text{вi2}} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt} \quad (5.66)$$

І навпаки, якщо в другому контурі тече змінний струм I_2 , то в першому контурі індукується

$$\varepsilon_{\text{вi1}} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt} \quad (5.67)$$

Коефіцієнти $L_{12} = L_{21}$ — називаються коефіцієнтами взаємоіндукції і їх величина залежить від конфігурації контурів та їх взаємного розташування. Величини взаємоіндукції визначаються для конкретних приладів окремо.

5.5. Трансформатори

На явищі взаємної індукції створено трансформатори — прилади, за допомогою яких можна підвищувати чи понижувати змінні напругу або струм. За цих припущень потужності в первинній та вторинній обмотках будуть однакові $U_1 I_1 = U_2 I_2$.

Порівнюючи вирази для напруг та потужностей, одержимо

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1, I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1 \quad (5.68)$$

Коефіцієнт

$$k = \frac{N_2}{N_1} \quad (5.69)$$

називається коефіцієнтом трансформації. Якщо $k > 1$, то трансформатор підвищуючий, у противному — понижуючий.

Розглянемо електричний контур з омичним опором R та індуктивністю L . Залежність величини струму від часу t при вмиканні й вимиканні

електрорушійної сили ε визначається величиною індуктивності L . Зважаючи, що

$\varepsilon_i = -L \frac{dI}{dt}$ одержимо неоднорідне диференціальне рівняння

$$\frac{dI}{dt} + \gamma I = \frac{\varepsilon}{L}, \gamma = \frac{R}{L} \quad (5.70)$$

Остаточно рішення рівняння буде мати вигляд

$$I = Ae^{-\gamma t} + I_0 \quad (5.71)$$

Час τ за який величина заряду зменшиться в e раз називається часом релаксації. Обчислимо величину τ . За визначенням маємо

$$\frac{I_0}{I_0 e^{-\gamma \tau}} = e^1 \quad (5.72)$$

і звідси

$$\tau = 1/\gamma = L/R \quad (5.73)$$

Якщо прийняти, що під $R=r$ розуміємо лише опір соленоїда, знехтувавши зовнішнім опором, то при зростанні зовнішнього опору до $R \gg r$ індукції можна представити у вигляді

$$\varepsilon_i = -L \frac{dI}{dt} = \gamma L I_0 e^{-\gamma t} = \frac{R}{r} \varepsilon e^{-\gamma t} \quad (5.74)$$

Якщо $R \gg r$, то ε_i буде значно більшою ε , унаслідок чого може виникнути електричний пробій повітряного зазору вимикача й вихід його з ладу. Для уникнення цього явища, паралельно до вимикача підключають конденсатор.

У випадку нескінченно великого соленоїда, при протіканні в ньому струму I , магнітне поле зосереджується в середині об'єму соленоїда V .

Ця робота створює енергію магнітного поля соленоїда

$$W = \frac{LI^2}{2} \quad (5.75)$$

і може бути записана у вигляді

$$W = \frac{B^2 V}{2\mu\mu_0} \quad (5.76)$$

У зв'язку із тим, що магнітне поле довгого соленоїда цілком знаходиться лише у середині його, то енергія соленоїда є енергією магнітного поля. Тепер з можна знайти об'ємну густину енергії магнітного поля $w = W/V$, яка дорівнює

$$w = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{1}{2}BH = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} \quad (5.77)$$

5.6. Електромагнітні коливання

Коливальним RLC-контуром називається замкнений електричний контур, у якому є конденсатор із ємністю C , омичний опір R та соленоїд з індуктивністю L . В цей контур може бути ввімкнено джерело струму із примусовою електрорушійною силою $E = E_0 \cos \omega t$. У загальному випадку протікання струму I в контурі на елементах контуру виникає

- напруга на опорі $U_R = IR$,
- напруга на конденсаторі $U_C = \frac{q}{C}$,
- ЕРС індукції у соленоїді $\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$.

Незгасаючі вільні електромагнітні коливання, або близькі до них, виникають, коли в контурі без зовнішнього джерела енергії ($E = 0$) можна знехтувати омичним опором ($R \rightarrow 0$). В цьому випадку рівняння незгасаючих електромагнітних коливань буде мати вигляд

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0 \quad (5.78)$$

а його розв'язком є

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \alpha) \quad (5.79)$$

Сталі розв'язку q_0 та α знаходяться з початкових умов, наприклад, якщо задано величини заряду на конденсаторі та струму у контурі в деякий момент часу t .

Характеристики коливань:

q_0 — амплітуда коливань,

$\Phi = \omega_0 t + \alpha$ – фаза коливань,

$\Phi_0 = \alpha$ – початкова фаза,

частота коливань

$$\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (5.80)$$

період коливань

$$T_0 = 1/\nu_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad (5.81)$$

струм у колі

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_0 \sin(\omega_0 t + \alpha) = I_0 \cos(\omega_0 t + \alpha + \pi/2), I_0 = \omega_0 q_0 \quad (5.82)$$

Коливання струму випереджають коливання заряду за фазою на $\pi/2$.

Напруга на обкладках конденсатора

$$U_{C0} = X_C I_0, X_C = \frac{1}{\omega_0 C} \quad (5.83)$$

Напруга на соленоїді

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = -L\omega_0^2 q_0 \cos(\omega_0 t + \alpha) = U_{0L} \cos(\omega_0 t + \alpha + \pi) \quad (5.84)$$

$$U_{0L} = L\omega_0^2 q_0 = L\omega_0 \cdot q_0 \omega_0, U_{0L} = X_L I_0, X_L = L \omega_0 \quad (5.85)$$

Величини X_C та X_L , що фігурують в (5.6.83) та (5.6.84) називаються реактивними опорами конденсатора та індуктивності відповідно. Магнітну енергію можна записати у вигляді

$$W_m = \frac{q_0^2}{4C} [1 - \cos(2\omega_0 t + 2\alpha)] \quad (5.86)$$

Таким чином одержимо

$$\langle W_e \rangle = \langle W_m \rangle = \frac{q_0^2}{4C} \quad (5.87)$$

а повна енергія буде такою

$$W = \langle W_e \rangle + \langle W_m \rangle = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{1}{2} L \omega_0^2 q_0^2 \quad (5.88)$$

Хвильовий опір контуру змінному струмові визначається так

$$\rho = \frac{\varepsilon_{0L}}{I_0} = L\omega_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5.89)$$

Вільні згасаючі електромагнітні коливання виникають у RLC-контурі у тому випадкові, коли в ньому відсутнє зовнішнє джерело енергії ($\varepsilon = 0$). Рівняння цих коливань запишеться у вигляді

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\gamma \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0 \quad (5.90)$$

а його розв'язком є

$$q = A(t) \cdot \cos(\omega t + \alpha), A(t) = A_0 \cdot e^{-\gamma t} \quad (5.91)$$

де

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \quad \omega = \frac{R}{2L} \sqrt{\left(\frac{2\rho}{R}\right)^2 - 1} \quad (5.92)$$

циклічна частота.

Властивості електромагнітних коливань можна прослідкувати через їхні характеристики. Амплітуда коливань є спадною функцією часу

$$A(t) = A_0 e^{-\gamma t} \quad (5.93)$$

період коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} = \frac{4\pi L}{R} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2\rho}{R}\right)^2 - 1}} \quad (5.94)$$

час релаксації

$$\tau = \frac{1}{\gamma} = \frac{2L}{R} \quad (5.95)$$

число повних коливань за час релаксації

$$N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\gamma T} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{2\rho}{R}\right)^2 - 1} \quad (5.96)$$

логарифмічний декремент згасання

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t + \tau)} = \frac{R}{2L} T = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{2\rho}{R}\right)^2 - 1}} \quad (5.97)$$

добротність контура

$$Q = 2\pi \frac{A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\gamma T}} \quad (5.98)$$

У випадку малого опору, коли $R \ll 2\rho$ добротність буде

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5.99)$$

Повний опір контуру (імпеданс) визначається так

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (5.100)$$

Рівняння вимушених коливань у контурі, що виникають внаслідок дії періодичного джерела струму $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega t$ має вид

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\gamma \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = e_0 \cdot \cos \omega t \quad (5.101)$$

Струм у контурі має величину

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{Z}, \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (5.102)$$

Величина Z називається імпедансом і є повним опором струмові у RLC-контурі. Для зручності подальших викладок фазових співвідношень приймемо початкову фазу струму у вигляді

$$\phi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} \quad (5.103)$$

Тепер струм у колі запишеться у вигляді

$$I = I_0 \cos(\omega t - \phi) \quad (5.104)$$

а заряд

$$q = q_0 \cos(\omega t - \phi - \pi/2) \quad (5.105)$$

Напруга на опорі R становить

$$U_R = IR = U_{0R} \cos(\omega t - \phi), \quad U_{0R} = I_0 R \quad (5.106)$$

Напруга на індуктивності L .

$$U_L = U_{0L} \cos(\omega t - \phi + \pi/2) \quad (5.107)$$

є напруга на індуктивності з амплітудою

$$U_{0L} = X_L I_0 \quad (5.108)$$

Величина

$$X_L = \omega L \quad (5.109)$$

має розмірність опору і називається реактивним опором індуктивності. Напруга на індуктивності випереджає напругу на опорі R за фазою на $\pi/2$.

Напруга на конденсаторі C

$$U_C = \frac{\varepsilon_0}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \cos(\omega t - \phi - \pi/2) \quad (5.110)$$

де

$$U_{0C} = X_C I_0 \quad (5.111)$$

є амплітуда напруги на конденсаторі. Величина

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (5.112)$$

має розмірність опору і називається реактивним опором конденсатора. Напруга на конденсаторі U_C запізнюється відносно напруги на омичному опорі U_R за фазою на $\pi/2$.

Напруга та заряд на конденсаторі є функцією зовнішньої частоти ω . Положення екстремуму задається резонансною частотою

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \leq \omega_0 \quad (5.113)$$

і визначає їх максимальне значення. Для малих R коли, $\gamma \ll \omega_0$, резонансну частоту можна покласти рівною ω_0 , і

$$U_{C\text{max}} = \frac{\varepsilon_0}{\omega_0 RC} = \varepsilon_0 \frac{\sqrt{LC}}{CR} = \frac{\varepsilon_0}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \varepsilon_0 Q \quad (5.114)$$

В одержаному виразі Q - є добротність контуру і вона показує у скільки разів напруга на конденсаторі при резонансі може перевищити прикладену напругу ε_0 .

Максимальне значення струму в контурі задається мінімальним значенням імпедансу Z при якому настає резонанс, та яке визначається умовою $X_C = X_L$, тобто

$$\min \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R \quad (5.115)$$

При цьому резонансна частота становить

$$\omega_{\text{рез}} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5.116)$$

При резонансі струму його амплітуда буде максимальною

$$I_{0\text{рез}} = \frac{\varepsilon_0}{R}. \quad (5.117)$$

5.7.Змінний струм

Коли у контурі встановлюються вимушені коливання, то їх можна розглядати як протікання змінного струму у колі, що містить у собі активний омичний опір R , індуктивність L та ємність C , викликаного прикладеною змінною напругою джерела струму

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega t \quad (5.118)$$

Струм у колі задається виразом

$$I = I_0 \cos(\omega t - \varphi) \quad (5.119)$$

що відстає за фазою від ε на φ . Амплітуда струму визначається виразом

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{Z}, \quad Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \quad (5.120)$$

де величина Z називається повним електричним опором або імпедансом.

Таку ж потужність розвиває сталий струм, сила якого дорівнює

$$I_{\text{еф}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0 \quad (5.121)$$

Величина $I_{\text{еф}}$ називається діючим або ефективним значенням сили змінного струму I_0 , а величина

$$U_{\text{еф}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon_0 \quad (5.122)$$

називається діючим або ефективним значенням напруги. В термінах ефективних величин середню потужність можна записати у вигляді

$$P = I_{\text{ef}} U_{\text{ef}} \cos \phi \quad (5.123)$$

5.7.1. Основи теорії електромагнітного поля. Теорема Остроградського-Гауса

Потік вектора $\vec{a}$, що визначає деяке силове поле, через довільну замкнену поверхню S_V у цьому полі, дорівнює інтегралові від дивергенції вектора $\vec{a}$, взятому по об'єму V_S , обмеженого поверхнею S_V

$$\oint_{S_V} \vec{a} d\vec{S} = \iiint_{V_S} \text{div} \{ \vec{a} dV \} \quad (5.124)$$

де

$$\text{div} \{ \vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} \} \quad (5.125)$$

$d\vec{S} = \vec{n} dS$, $\vec{n}$ – вектор нормалі до елементу dS , a_x, a_y, a_z – проекції вектора $\vec{a}$ на осі x, y, z .

Циркуляція вектора $\vec{a}$, що визначає деяке силове поле, через довільний замкнутий контур L_S у цьому полі, дорівнює потокові вектора $\text{rot} \vec{a}$ (ротор $\vec{a}$) через поверхню S_L , натягнуту на контур L_S

$$\oint_{L_S} \vec{a} d\vec{l} = \iint_{S_L} \text{rot} \{ \vec{a} d\vec{S} \} \quad (5.126)$$

Струм зміщення характеризує "магнітну дію" змінного електричного поля. Максвелл висунув гіпотезу, згідно якої через діелектрик протікає струм $I_{\text{зм}}$ рівний струму I , який було названо струмом зміщення. Густина струму зміщення можна записати у виді

$$\vec{j}_{\text{зм}} = \frac{d\vec{D}}{dt} \quad (5.127)$$

Протікання струму зміщення в діелектрику на відміну від струму провідності в електричному колі не супроводжується виділенням джоулевого

тепла, хоча процес переполаризації діелектрика відбувається з поглинанням тепла, але він не описується законом Джоуля - Ленца.

5.7.2.Рівняння Максвелла

Повна система інтегральних або диференціальних рівнянь, що описують рух електромагнітного поля у просторі та часі називається рівняннями Максвелла.

Перше рівняння Максвелла випливає із закону Фарадея і зв'язує напруженість поля електромагнітної індукції з індукцією змінного магнітного поля $\vec{B}$. Дійсно, якщо $\vec{E}$ напруженість індукованого електричного поля, що діє в контурі LS , то електрорушійна сила індукції в контурі дорівнює

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E} d\vec{l} \quad (5.128)$$

Друге рівняння Максвелла представляється законом повного струму з врахуванням струму зміщення

$$\oint_{L_S} \vec{H} d\vec{l} = I + I_{зм} \quad (5.129)$$

де I - струм, створюваний вільними носіями струму, $I_{зм}$ - струм зміщення. Інтегрування проводиться по замкненому контуру L_S , що охоплює поверхню S_L .

Третє рівняння Максвелла випливає з теореми Остроградського - Гауса для індукції електричного поля

$$\oint_{S_V} \vec{D} d\vec{S} = q \quad (5.130)$$

а саме: потік зміщення електричного поля через довільну замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі вільних зарядів, які знаходяться в об'ємі V_S з поверхнею S_V .

Четверте інтегральне рівняння Максвелла представляється теоремою Остроградського - Гауса для індукції магнітного поля а саме: потік індукції B магнітного поля через довільну замкнену поверхню SV дорівнює нулю.

$$\oint_{S_V} \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (5.131)$$

До матеріальних рівнянь належать рівняння, що зв'язують індукцію та напруженість електричного поля

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} \quad (5.132)$$

через діелектричну проникливість середовища ϵ та магнітного поля через магнітну проникливість μ .

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} \quad (5.133)$$

хвильове рівняння і для напруженості магнітного поля $\vec{H}$ описується диференціальне рівняння Максвелла у діелектрику

$$\Delta \vec{H} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (5.134)$$

5.8. Електромагнітні хвилі

Для плоскої електромагнітної хвилі, що розповсюджується в напрямкові ОХ, складові поля в загальному випадку можна представити у вигляді

$$\vec{E} = \vec{f}(t - \frac{x}{V}), \quad \vec{H} = \vec{\Phi}(t - \frac{x}{V}) \quad (5.135)$$

Всі частинні похідні від проекцій E_y, E_x цих векторів на осі координат ОУ, ОZ дорівнюють нулю. Таким чином три вектори $\vec{E}, \vec{H}, \vec{V}$ утворюють праву трійку векторів. Прийmemo напрям ОХ вздовж вектора $\vec{H}$, напрям вектора ОZ вздовж вектора $\vec{E}$ і тоді напрям швидкості $\vec{V}$ буде вздовж осі ОУ.

Площина, утворена векторами $\vec{E}, \vec{V}$ хвилі, називається площиною поляризації хвилі. Якщо площина поляризації зберігає своє положення в просторі, то така хвиля є лінійно поляризованою (плоско поляризованою).

Якщо в площині $\perp \vec{V}$, вершина вектора описує еліпс, то така хвиля еліптично поляризована. Це означає, що вектор $\vec{E}$ має дві складові, зсунуті по фазі

$$E_x = A_1 \cos(\omega t - ky), E_z = A_2 \cos(\omega t - ky + \phi) \quad (5.136)$$

В цьому випадку можна розглянути задачу додавання двох взаємно перпендикулярних коливань із зсувом по фазі, результатом якого маємо рівняння для траєкторії, яку описує вершина вектора $\vec{E}$ з часом

$$\frac{E_x^2}{A_1^2} + \frac{E_z^2}{A_2^2} - 2 \frac{E_x E_z}{A_1 A_2} \cos \phi = \sin^2 \phi \quad (5.137)$$

Для випадку $\phi = \pm(2m + 1)\frac{\pi}{2}$ траєкторіями є еліпси. Коли ж ще й $A_1 = A_2$, то еліпси перетворюються в кола і така хвиля називається циркулярно поляризованою (поляризованою по колу).

Якщо в площині перпендикулярній вектору $\vec{V}$ вектор $\vec{E}$ кожної миті займає рівно ймовірні напрямки, то така хвиля називається природно поляризованою.

Об'ємна густина енергії електромагнітного поля w дорівнює сумі об'ємних густин енергії електричного w_e та магнітного w_m полів

$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu \mu_0 H^2 \quad (5.138)$$

Якщо $H \cdot \sqrt{\mu \mu_0} = E \cdot \sqrt{\epsilon \epsilon_0}$, то одержимо

$$w = \sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0} E H = \frac{1}{V} E H \quad (5.139)$$

де $V = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}}$ - швидкість розповсюдження електромагнітної хвилі в середовищі,

$n = \sqrt{\epsilon \mu}$ - показник заломлення середовища, $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ - швидкість розповсюдження електромагнітної хвилі в вакуумі.

Миттєва потужність випромінювання диполя з дипольним моментом $p = ql$ дорівнює

$$N = \frac{\mu_0}{6\pi c} \left| \frac{d^2 \vec{p}}{dt^2} \right|^2 \quad (5.140)$$

Середня потужність за період T визначається середнім значенням $\langle \cos 2\omega t \rangle = 1/2$ і становитиме

$$N_{>} = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{12\pi c} \quad (5.141)$$

У Таблиці 5.1 представлена структура випромінювання різних джерел від радіохвиль до γ -випромінювання.

Таблиця 5.1.

Діапазони електромагнітного випромінювання

Вид випромінювання	Довжина хвилі λ, м	Частота хвилі ν, Гц	Джерело випромінювання
Радіохвилі	$10^{-4} \div 10^3$	$3 \cdot 10^5 \div 10^{12}$	Коливальний контур Вібратор Герца, Генератори
Оптичне інфрачервоне видиме ультрафіолетове	$5 \cdot 10^{-4} \div 8 \cdot 10^{-7}$ $8 \cdot 10^{-4} \div 4 \cdot 10^{-7}$ $4 \cdot 10^{-7} \div 10^{-8}$	$610^{11} \div 3.7510^{14}$ $3.7510^{14} \div 7.510^{14}$ $7.510^{14} \div 310^{16}$	Лампи Лазери
Рентгенівське	$2 \cdot 10^{-9} \div 6 \cdot 10^{-12}$	$1.510^{17} \div 510^{19}$	Трубки Рентгена
γ – випромінювання	$\lambda < 6 \cdot 10^{-12}$	$\nu > 510^{19}$	Радіоактивний розпад Ядерні реакції Космічне випромінювання

Таким чином, синтез розглянутих законів у єдиній системі рівнянь Максвелла дозволяє описати цілісну картину електромагнітних явищ – від взаємодії статичних зарядів і струмів до розповсюдження електромагнітних хвиль у просторі. Розуміння природи цих хвиль та їхніх енергетичних характеристик стає фундаментом для подальшого вивчення оптики та сучасних технологій бездротового зв'язку

Вивчення електродинаміки підводить нас до розуміння того, що електричні та магнітні поля є проявами єдиного електромагнітного поля, здатного переносити енергію на величезні відстані зі швидкістю світла. Опанування теорії випромінювання та принципів роботи коливальних контурів відкриває шлях до аналізу складніших фізичних процесів, що відбуваються у мікро- та макросвіті.

Приклади розв'язування задач до розділу 5.

Задача 1. Магнітна індукція поля, яке створене відрізком прямого провідника зі струмом в точці, яка рівновіддалена від кінців відрізка і знаходиться на відстані $r_0 = 0,2$ м від його середини, $B = 24,9$ мкТл. Довжина відрізка $L = 0,6$ м. Визначити силу струму, що проходить у провіднику.

Дано

$$r_0 = 0,2 \text{ м}$$

$$B = 24,9 \text{ мкТл.}$$

$$L = 0,6 \text{ м.}$$

I -?

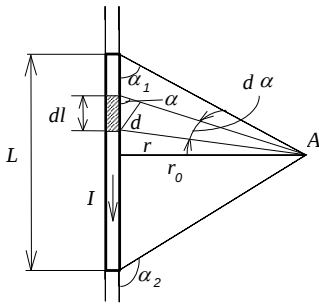
Розв'язання

Використаємо закон Біо-Савара-Лапласа:

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0 I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl,$$

де α – кут між напрямком струму і радіус-вектором

r , проведеним від елемента струму dl в точку A . Як видно з рисунка,



Підставивши вирази dl і r в рівняння для B , знайдемо

$$B = \frac{I\mu_0}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha =$$

$$= \frac{I\mu_0}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Підставимо числові значення:

$$I = \frac{2\pi \cdot 0,2 \cdot 24,9 \cdot 10^{-6} \sqrt{4 \cdot 0,2^2 + 0,6^2}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,6} = 30(\text{A})$$

Задача 2. На дротяний виток радіусом $r = 10$ см, розміщений між полюсами магніту, діє максимальний механічний момент $M_{\max} = 6,5$ мкН. Сила струму I в витку дорівнює 2 А. Визначити магнітну індукцію B поля між полюсами магніту. Дією магнітного поля Землі знехтувати.

Розв'язування

Дано:

$$r = 10 \text{ см}$$

$$M_{\max} = 6,5 \cdot 10^{-6} \text{ Н}$$

$$I = 2 \text{ А}$$

B -?

Індукцію магнітного поля можна визначити з виразу моменту сили, що діє на виток із струмом в магнітному полі.

$$M = P_m B \sin(\alpha) \quad (1)$$

Якщо врахувати, що максимальне значення механічний момент набуває при $\alpha = \pi/2$, $M_{\max} = I \cdot S$, то формула (1) буде виглядати так: $M_{\max} = IBS$.

Звідси, враховуючи, що $S = \pi r^2$, знаходимо $B = \frac{M_{\max}}{\pi r^2 I}$.

Провівши розрахунки і перевірку величин, отримаємо:

$$B = 104 \text{ мкТл} = 1,04 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$$

$$[B] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \text{А}} = \frac{\text{Н}}{\text{м} \cdot \text{А}} = \text{Тл}$$

Задача 3. Визначити максимальну магнітну індукцію $B_{\max}$ поля, яке створюється електроном, що рухається прямолінійно із швидкістю $v = 10 \text{ Мм/с}$, в точці, що знаходиться від траєкторії на відстані $d = 1 \text{ нм}$.

Розв'язання

Дано:

$$v = 10^{-7} \text{ см}$$

$$d = 10^{-9} \text{ м}$$

$$B_{\max} - ?$$

Рухомий заряд створює в просторі магнітне поле, індукція якого B_q в будь-якій точці поля прямо пропорційна величині заряду його швидкості і магнітній проникності середовища і обернено пропорційна квадрату відстані даної точки поля від заряду.

Індукція B_q залежить від кута між векторами $\vec{v}$ і $\vec{r}$. При інших рівних умовах вона максимальна в точках прямої, що проведена через заряд перпендикулярно до вектора його швидкості $\vec{v}$.

В усіх точках поля, що знаходяться на прямій, яка співпадає з вектором швидкості $\vec{v}$ руху заряду, магнітна індукція дорівнює нулю.

Числове значення магнітної індукції в точці А поля рухомого заряду дорівнює:

$$B_q = \frac{\mu_0}{4\pi} * \frac{qv \sin(\vec{v}, \vec{r})}{r^2} \quad (1)$$

Згідно умови задачі кут між векторами $(\vec{v}, \vec{r}) = \pi/2$, отже $\sin(\pi/2) = 1$.

Тоді

$$B_q = \frac{1 * 4\pi * 10^{-7}}{4\pi} * \frac{1,6 * 10^{-19} * 10 * 10^6}{(1 * 10^{-9})^2} = 0,16 \text{ Тл}$$

Перевіряємо розмірність величин

$$[B_q] = \frac{H * K_l * m}{A^2 * c * m^2} = \frac{H * A * c * m}{A^2 * m^2 * c} = \frac{H}{A * m} = T_l$$

Задача 4. У центрі соленоїда (довжина $l = 0,7$ м, діаметр витків $d = 7$ см, кількість витків $N_1 = 300$) розміщено плоску котушку, яка складається з витків площею $S = 0,3 \text{ см}^2$ кожна. Площина витків котушки утворює кут з віссю соленоїда. По обмотці соленоїда проходить струм силою $I_1 = 4$ А, по обмотці котушки – струм силою $I_2 = 0,1$ А. Знайти: 1) обертальний момент, який діє на котушку в початковому положенні; 2) роботу, яка виконується силами поля при повороті котушки до положення стійкої рівноваги.

Розв'язання

Дано

$l = 0,7$ м
 $d = 7$ см,
 $N_1 = 300$
 $S = 0,3 \text{ см}^2$
 $I_1 = 4$ А,
 $I_2 = 0,1$ А.
 М-?
 А-?

На котушку, яка знаходиться в магнітному полі соленоїда, діє обертальний момент

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}],$$

де – індукція поля соленоїда; – магнітний момент котушки.

Вектор спрямований нормально до площини витків котушки і зв'язаний правилом правого гвинта з напрямком струму I_2 . Вектор індукції спрямований вздовж осі

соленоїда в ту чи іншу сторону.

Замінімо векторне рівняння для скалярним:

$$M = \mu_0 I_1 I_2 N_1 N_2 S \sin \alpha_1 / L = \mu_0 I_1 I_2 N_1 N_2 S \sin \beta / L.$$

Підставимо числові значення

$$M = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 0,1 \cdot 300 \times 20 \cdot 0,3 \cdot 10^{-4} \sin 37^\circ \frac{1}{0,7} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

В початковому положенні потік, що пронизує один виток котушки , причому залежно від . В положенні стійкої рівноваги потік . Враховуючи, що котушка містить N_2 витків, отримуємо

$$A = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 0,1 \cdot \frac{300 \cdot 20}{0,7} \times 0,3 \cdot 10^{-4} (1 - \sin 37^\circ) = 0,5 \cdot 10^{-7} \text{ (Дж)}.$$

Задача 5. У скільки разів зменшуються втрати на нагрівання провідників лінії електропередачі, якщо вхідна напруга підвищувального трансформатора становить а вихідна (напруга на лінії високовольтної електропередачі)

Дано	Розв'язання
$U_1=11 \text{ кВ},$	Із закону Джоуля-Ленца кількість теплоти, що виділяється, та потужність втрат дорівнюють, відповідно:
$U_2=110 \text{ кВ}$	
$n=?$	
	$Q = I^2 R_{\text{тра}} P = I^2 R. \quad (1)$

Оскільки в трансформаторі можна вважати :

$$U_1 I_1 = U_2 I_2 \quad (2)$$

а потужність зв'язана з силою струму та напругою:

$$P = U/I \quad (3)$$

то враховуючи (1), отримаємо, що зменшення втрат на нагрівання при підвищенні напруги буде в n разів:

$$n = \frac{P_{B1}}{P_{B2}} = \frac{U_2^2}{U_1^2} \quad (4)$$

Підставивши числові значення напруги на вході та виході трансформатора отримаємо: $n=100$. Тобто втрати на нагрівання зменшуються у 100 разів

Задача 6. На яку довжину хвилі буде резонувати контур, утворений котушкою з індуктивністю $L = 4 \text{ мкГн}$ і конденсатором ємністю $C = 1 \text{ мкФ}$?

Дано:	Розв'язання
$L = 4 \text{ мкГн}$	Період T електромагнітних коливань в коливальному контурі визначають за формулою Томсона
$C = 1 \text{ мкФ}$	
$\lambda - ?$	
	$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad (1)$

де L і C відповідно індуктивність і ємність контура. Швидкість поширення електромагнітних коливань в повітрі дорівнює швидкості поширення світла у вакуумі:

$$c = \lambda \cdot \nu,$$

де λ - довжина хвилі; ν - частота коливань $T=1/\nu$, де T - період коливань.

Отже, $c = \lambda/T$. Звідси $\lambda = T \cdot c$. Враховуючи формулу (1), знаходимо формулу для розрахунку довжини хвилі λ , на яку буде резонувати даний контур LC с

$$\lambda = c 2\pi \sqrt{LC} \quad (2)$$

Запишемо в системі одиниць СІ числові значення величин, що входять в (2):

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}; \pi = 3,14; L = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}; C = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$$

Підставимо в (2) і вирахуємо: $\lambda = 3,78 \cdot 10^3 \text{ м}$.

Задача 7. Залежність миттєвого значення електричного струму у коливальному контурі описується рівнянням $i = 0,6 \sin(628t)$. Визначити амплітудне значення сили струму у колі, період власних коливань контуру і миттєве значення струму в момент $t = 0,01 \text{ с}$.

Розв'язання	
Дано	Частота вільних коливань визначається параметрами кола. Якщо знехтувати активним опором у колі, то коливання можна вважати незгасаючими. Порівнюючи
$i = 0,6 \sin(628t)$	
$t = 0,01 \text{ с}$	
I_m - ?	

залежність сили струму від часу з умови задачі із законом гармонічних коливань:

$$i = I_m \sin \omega t,$$

знаходимо:

$$I_m = 0,6 \text{ А}, \omega = \frac{2\pi}{T} = 628, T = 0,01 \text{ с}$$

$$I = 0,6 \cdot \sin(628 \cdot 0,1) = 0,6 \cdot \sin(2\pi) = 0$$

Таким чином, амплітудне значення сили струму у колі $I_m = 0,6 \text{ А}$; період власних коливань контуру $T = 0,01 \text{ с}$; миттєве значення струму в момент $t = 0,01 \text{ с}$ дорівнює нулю.

Задача 8. Заряд конденсатора коливального контуру генератора не загасаючих електромагнітних коливань залежить від часу за законом: $Q = 4\pi * 10^{-3} \sin(100\pi t)$. Описати залежність сили струму в контурі від часу, визначити значення сили струму в контурі у момент часу $t = 0,01$ с. Яку індуктивність має котушка контуру, якщо значення ємності конденсатора становить 1 мкФ?

Дано

$$Q = 4\pi * 10^{-3} \sin(100\pi t)$$

$$t = 0,01 \text{ с}$$

$$C = 1 \text{ мкФ}$$

$$L = ?$$

Розв'язання

В генераторі не загасаючих коливань втратами енергії в контурі можна знехтувати. Тому розглядаємо вільні електромагнітні коливання в цьому коливальному контурі.

Залежність сили струму від часу описується похідною від залежності заряду на обкладинках конденсатора. Тому:

$$i = Q' = 4\pi 10^{-3} \sin(100\pi t)' = 0,4\pi \cos(100\pi t) = 1,26 * \cos(100\pi t)$$

Порівнюючи опис залежності сили струму від часу із загальним виглядом закону гармонічних коливань без початкової фази

$$x = A * \sin(\omega t), \text{ знаходимо: } \omega = 100\pi; \nu = \omega / 2\pi = 100\pi / 2\pi = 50 \text{ Гц};$$

$$\text{Враховуючи, що, } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ знайдемо індуктивність контуру: } L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

$$\text{Перевіримо розмірність отриманої величини: } L = \frac{c^2}{\Phi} = \frac{c^2 B}{\kappa_L} = \text{Гн.}$$

Підставимо числові значення величин:

$$L = \frac{1}{(100 * \pi)^2 * 1 * 10^{-6}} (\text{Гн}) = 10 \text{ Гн}$$

Таким чином, сила струму в контурі в момент часу $t = 0,01$ с буде рівна:

$$i(0,01) = 0,4 * 3,14 * \cos(100\pi * 0,01) = 1,26 * (-1) = -1,26 \text{ А.}$$

Це є амплітудне значення сили струму.

Задача 9. Інтенсивність плоскої електромагнітної хвилі, що поширюється у вакуумі вздовж осі X дорівнює $I = 1,06 \cdot 10^{-5} \frac{\text{мкВт}}{\text{м}^2}$. Визначити амплітуду напруженості магнітного поля хвилі.

Дано

$$I = 1,06 \cdot 10^{-5} \frac{\text{мкВт}}{\text{м}^2}$$

H_0 - ?

Розв'язання

Оскільки інтенсивність електромагнітної хвилі – це середня енергія, що проходить через одиницю площі поверхні за одиницю часу, то $I = \langle S \rangle$, де S – модуль вектора Умова-Пойнтинга:

$$S = EH,$$

де E і H – відповідно миттєві значення напруженостей електричного і магнітного полів хвилі, які описуються рівняннями

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx),$$

$$H = H_0 \cos(\omega t - kx),$$

де E_0 і H_0 – відповідно амплітуди напруженостей електричного і магнітного полів хвилі, ω – кругова частота, $k = \frac{\omega}{v}$ – хвильове число.

Миттєве значення модуля вектора згідно умова-Пойнтинга

$$S = E_0 H_0 \cos^2(\omega t - kx),$$

а його середнє значення

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} E_0 H_0,$$

$$\text{оскільки } \cos^2(\omega t - kx) \geq \frac{1}{2}.$$

Миттєві значення E_0 і H_0 у довільній точці зв'язані співвідношеннями

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E_0 = \sqrt{\mu_0 \mu} H_0,$$

де ϵ_0 і μ_0 – відповідно електрична і магнітна сталі; ϵ і μ – відповідно електрична і магнітна проникність середовища у вакуумі $\epsilon = 1$ і $\mu = 1$.

Тоді

$$E_0 = H_0 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}.$$

В результаті

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2} E_0 H_0 = \frac{1}{2} H_0^2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}.$$

Звідси

$$H_0 = \sqrt{2I \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин і проведемо розрахунок:

$$H_0 = \sqrt{2 \cdot 1,06 \cdot 10^{-5} \sqrt{\frac{8,85 \cdot 10^{-12}}{12,56 \cdot 10^{-7}} \frac{\text{А}}{\text{м}}}} = 0,237 \cdot 10^{-3} \frac{\text{А}}{\text{м}} = 0,237 \frac{\text{мА}}{\text{м}}.$$

Задача 10. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю і котушки індуктивністю з кількістю витків $N = 300$. Омічним опором контуру можна знехтувати. Максимальна напруга на обкладках конденсатора $U_0 = 120 \text{ В}$. Визначити максимальний магнітний потік, що пронизує котушку.

<i>Розв'язання</i>	
Дано	Нехай:
$N = 300.$	- C – ємність конденсатора;
$U_0 = 120 \text{ В}.$	- L – індуктивність котушки;
$\Phi_{\text{max}} - ?$	

- N – кількість витків котушки;

- U_{max} – максимальна напруга на конденсаторі;

- I_{max} – максимальна сила струму в контурі;

Спочатку в коливальному контурі енергія повністю переходить з електричного поля конденсатора в магнітне поле котушки. У момент

$$W_e = \frac{CU_{\text{max}}^2}{2}$$

максимальної напруги на конденсаторі:

$$W_m = \frac{LI_{\text{max}}^2}{2}$$

У момент максимального струму в котушці:

Згідно із законом збереження енергії:

$$\frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$$

Звідси виражаємо максимальну силу струму:

$$I_{\max} = U_{\max} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Тепер використаємо зв'язок індуктивності з магнітним потоком. Повний магнітний потік (потокозчеплення) Φ пов'язаний з індуктивністю: Для котушки з N витками потокозчеплення дорівнює

$$N\Phi = LI$$

У момент максимуму:

$$N\Phi_{\max} = LI_{\max}$$

$$\Phi_{\max} = \frac{LI_{\max}}{N}$$

Тоді

Підставимо вираз для $I_{\max}$ у формулу для $\Phi_{\max}$:

$$\Phi_{\max} = \frac{L}{N} U_{\max} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Кінцева формула

$$\Phi_{\max} = \frac{U_{\max} \sqrt{LC}}{N}$$

Підставимо числові значення:

$$\Phi_0 = 120 \frac{\sqrt{5 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 10^{-8}}}{300} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ Вб}$$

1. Задаємо вхідні дані (приклади значень)

C <- 2e-6 # Ємність у Фарадах (наприклад, 2 мкФ)

#C <- c(1e-6, 2e-6, 5e-6)

L <- 0.05 # Індуктивність у Генрі (наприклад, 50 мГн)

```
N <- 1000 # Кількість витків
U_max <- 100 # Максимальна напруга у Вольтах
```

```
# 2. Обчислення за виведеною формулою
# Повний магнітний потік (потокосцеплення)
Psi_max <- U_max * sqrt(L * C)
```

```
# Магнітний потік через один виток
Phi_max <- Psi_max / N
```

```
# 3. Вивід результату
cat("--- Результати обчислень ---\n")
cat("Повний магнітний потік (Вб):", Psi_max, "\n")
cat("Магнітний потік через один виток (Вб):", Phi_max, "\n")
```

Інтегровані завдання до розділу 5

Завдання 1. Магнітне поле та його характеристики

1. Магнітна індукція прямого провідника. Обчисліть індукцію магнітного поля B на відстані від 1 до 50 см від нескінченно довгого прямого провідника зі струмом $I = 5$ А. Побудуйте графік залежності $B(r)$.
2. Поле колового струму. Розрахуйте магнітну індукцію в центрі колового витка радіусом $R = 10$ см для значень струму від 1 до 10 А.
3. Порівняння соленоїдів. Створіть функцію в R, яка обчислює індукцію B для соленоїда залежно від густини витків n та струму I . Порівняйте два соленоїди: $n_1 = 500 \text{ м}^{-1}$ та $n_2 = 1000 \text{ м}^{-1}$.
4. Векторний добуток (Момент сил). Дано магнітний момент контуру $P = (0.2, 0, 0)$ та вектор індукції $B = (0.1, 0.5, 0)$. Обчисліть вектор моменту сил $M = [P * B]$ за допомогою матричних операцій в R.

Завдання 2. Рух заряджених частинок

1. Радіус траєкторії електрона. Обчисліть радіус кривизни R траєкторії електрона, що влітає в однорідне поле $B = 0.01$ Тл зі швидкістю $V = 10^6$ м/с.
2. Період обертання. Визначте, як змінюється період обертання T протона в магнітному полі при зміні індукції B від 0.1 до 2 Тл. Візуалізуйте залежність $T(B)$.
3. Сила Ампера. Розрахуйте силу, що діє на провідник довжиною $L = 2$ м у полі $B = 0.8$ Тл, якщо кут між провідником і вектором B змінюється від 0° до 90° . Побудуйте графік $F(\alpha)$.
4. Питомий заряд. Використовуючи формулу (5.35), обчисліть питомий заряд електрона за заданих параметрів анодної напруги U та струму соленоїда I .

Завдання 3. Магнітні властивості речовини

1. Закон Кюрі. Для парамагнетика з константою $C = 0.5$ обчисліть магнітну сприйнятливість χ для діапазону температур T від 10 до 300 К. Побудуйте графік $\chi(T)$.
2. Енергія контуру. Обчисліть механічну потенціальну енергію контуру W у магнітному полі при зміні кута β від 0 до π радіан. Візуалізуйте зміну енергії $W(\beta)$.
3. Магнітний потік. Обчисліть потік χ через плоску поверхню $S = 0.05$ м² у полі $B = 1.2$ Тл при різних кутах нахилу нормалі.

Завдання 4. Електромагнітна індукція та ланцюги

1. Індуктивність соленоїда. Розрахуйте індуктивність L соленоїда об'ємом $V = 0.001$ м³ із густиною витків $n = 2000$ м⁻¹ у середовищі з $\mu = 500$.
2. ЕРС самоіндукції. Струм у котушці з $L = 0.5$ Гн рівномірно зменшується з 10 А до 0 за час $dt = 0.1$ с. Обчисліть $\mathcal{E}_s$.
3. Час релаксації RL-ланцюга. Обчисліть час релаксації τ для котушки з $L = 0.2$ Гн та опором R , що змінюється від 1 до 100 Ом. Побудуйте графік $\tau(R)$.

4. Трансформатор. Обчисліть вихідну напругу U_2 та струм I_2 , якщо задано U_1 , N_1 та N_2 . Створіть таблицю значень для різних коефіцієнтів трансформації k .

Завдання 5. Коливання та хвилі

1. Частота Томсона. Обчисліть власну частоту ν_0 коливального контуру для $L=10\text{мГн}$ та ємності C , що змінюється від 1 до 100 мкФ. Візуалізуйте залежність $\nu_0(C)$.

2. Згасаючі коливання. Побудуйте графік зміни заряду $q(t) = A_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t)$ для контуру з високим та низьким опором R , щоб продемонструвати вплив згасання.

3. Логарифмічний декремент. Обчисліть λ для контуру, якщо відомі L , C та R .

4. Добротність контуру. Розрахуйте добротність Q для серії значень опору R .

5. Резонанс струмів. Обчисліть амплітуду струму I_0 у колі при зміні частоти зовнішньої ЕРС ω від 0.5 до 2 відносно резонансної частоти. Побудуйте резонансну криву $I(\omega)$.

6. Імпеданс кола. Обчисліть повний опір Z для RLC-контуру на частотах від 10 Гц до 10 кГц. Візуалізуйте залежність $Z(f)$.

7. Енергія електромагнітної хвилі. Обчисліть об'ємну густину енергії w хвилі, якщо напруженість електричного поля $E = 100 \text{ В/м}$ у вакуумі.

8. Швидкість хвилі в середовищі. Порівняйте швидкість розповсюдження електромагнітної хвилі V у воді $\varepsilon = 81$ та склі $\varepsilon = 5$ за умови $\mu = 1$.

Для виконання цих завдань у середовищі RStudio використовуйте бібліотеку `ggplot2` для візуалізації та базові вектори для обчислень. Наприклад, для задачі №1:

```
r <- seq(0.01, 0.5, by = 0.01)
```

```
I <- 5
```

```
mu0 <- 4 * pi * 1e-7  
B <- (mu0 * I) / (2 * pi * r)  
plot(r, B, type = "l", col = "blue")
```

Контрольні питання до розділу 5

1. Поясніть фізичну природу магнітного силового поля та його основні характеристики.
2. Визначте магнітний момент плоского контуру зі струмом і поясніть його фізичний зміст.
3. Охарактеризуйте індукцію магнітного поля та поясніть, як визначається напрямок вектора $\vec{B}$.
4. Поясніть, що таке силові лінії магнітного поля та які їхні властивості.
5. Сформулюйте закон Біо–Савара–Лапласа та поясніть його фізичний зміст.
6. Виведіть вираз для магнітного поля прямолінійного провідника зі струмом.
7. Охарактеризуйте магнітне поле кругового струму та поясніть його особливості.
8. Поясніть принцип утворення магнітного поля соленоїда та знайдіть його індукцію.
9. Розкрийте фізичний зміст циркуляції вектора індукції магнітного поля.
10. Визначте циркуляцію індукції магнітного поля всередині тороїда.
11. Сформулюйте закон Ампера та поясніть дію сили Лоренца на заряд у магнітному полі.
12. Поясніть електричну складову сили Лоренца та її фізичний зміст.
13. Виведіть вираз для сили взаємодії двох паралельних провідників зі струмом.
14. Поясніть поняття елементарного потоку $d\Phi$ вектора магнітної індукції.

15. Сформулюйте теорему Остроградського–Гауса для магнітного поля.
16. Поясніть фізичний зміст гіпотетичних монополів Дірака.
17. Визначте поняття потокозчеплення та наведіть приклади його використання.
18. Поясніть, як виконується робота при переміщенні провідника зі струмом у магнітному полі.
19. Визначте момент сил, що діють на контур зі струмом у магнітному полі, та його потенціальну енергію.
20. Поясніть зв'язок між потоком магнітної індукції та роботою магнітного поля.
21. Охарактеризуйте фізичну природу ефекту Холла та його практичне застосування.
22. Поясніть принцип дії лінійних прискорювачів заряджених частинок.
23. Опишіть принцип роботи циклотрона.
24. Поясніть фізичні основи роботи синхрофазотрона.
25. Охарактеризуйте призначення та принцип роботи колайдерів.
26. Поясніть принцип дії мас-спектрометра.
27. Поясніть принцип формування зображення в електронному мікроскопі.
28. Визначте гіромагнітне відношення електрона та поясніть його фізичний зміст.
29. Поясніть явище прецесії електрона в магнітному полі.
30. Виведіть формулу для ларморової частоти та поясніть її зміст.
31. Поясніть поняття намагніченості середовища.
32. Розкрийте фізичний зміст гіпотези Ампера щодо природи магнетизму.
33. Поясніть особливості магнітного поля в магнетиках.
34. Охарактеризуйте діамагнетики та поясніть механізм діамагнетизму.
35. Поясніть фізичну природу парамагнетизму.
36. Охарактеризуйте феромагнетики та їхні властивості.
37. Поясніть поняття магнітних доменів та їхню роль у феромагнетиках.
38. Охарактеризуйте явище магнітного гістерезису.

39. Поясніть фізичний зміст температури Кюрі.
40. Сформулюйте закон повного струму та поясніть його застосування.
41. Сформулюйте закон Фарадея електромагнітної індукції.
42. Поясніть правило Ленца та його зв'язок із законом збереження енергії.
43. Поясніть зв'язок закону Фарадея із законом збереження енергії.
44. Поясніть закон Фарадея з позицій електронної теорії.
45. Охарактеризуйте принцип роботи магнітогідродинамічного генератора.
46. Поясніть природу вихрового електричного поля та циркуляцію його напруженості.
47. Поясніть явища самоіндукції та взаємоіндукції.
48. Охарактеризуйте принцип дії трансформатора.
49. Поясніть процес релаксації в електричному колі з індуктивністю.
50. Виведіть вираз для енергії магнітного поля соленоїда.
51. Поясніть поняття густини енергії магнітного поля.
52. Охарактеризуйте вектор намагніченості середовища та коефіцієнт магнітної сприйнятливості.
53. Поясніть, як визначається індукція магнітного поля в магнетику.
54. Визначте магнітну проникність і напруженість магнітного поля в магнетику.
55. Охарактеризуйте електромагнітний коливальний контур RLC.
56. Поясніть умови виникнення незгасаючих електромагнітних коливань.
57. Визначте хвильовий опір коливального контуру змінному струмові.
58. Охарактеризуйте вільні згасаючі електромагнітні коливання.
59. Поясніть природу вимушених коливань у коливальному контурі.
60. Запишіть диференціальне рівняння коливань в електромагнітному контурі та поясніть його фізичний зміст.
61. Поясніть розв'язок рівняння згасаючих коливань в електричному коливальному контурі.
62. Охарактеризуйте реактивні опори та повний імпеданс електричного кола.

63. Поясніть явище резонансу напруг і струмів у коливальному контурі.
64. Охарактеризуйте змінний струм через напругу, силу струму, потужність та фазові співвідношення.
65. Поясніть фізичний зміст струму зміщення.
66. Сформулюйте теореми Стокса та Остроградського–Гауса і поясніть їхнє значення в електродинаміці.
67. Поясніть циркуляцію вихрового електричного поля.
68. Запишіть рівняння Максвела в інтегральній формі та поясніть зміст кожного з них.
69. Виведіть диференціальне рівняння електромагнітної хвилі.
70. Охарактеризуйте плоску електромагнітну хвилю та її основні параметри.
71. Поясніть явище поляризації електромагнітної хвилі.
72. Визначте енергію, інтенсивність і тиск електромагнітної хвилі.
73. Поясніть, як визначається потужність випромінювання електричного диполя.
74. Запишіть неоднорідне рівняння руху в електричному коливальному контурі та поясніть його фізичний зміст.
75. Охарактеризуйте індикатрису випромінювання електричного диполя та поясніть її фізичний зміст.

РОЗДІЛ 6. ОПТИКА ТА ФОТОНІКА В ІТ

6.1. Природа світла

Фотоніка, як галузь фізики та інженерії, що вивчає генерацію, детектування, маніпуляцію та застосування світла (фотонів), відіграє дедалі важливішу роль у розвитку сучасних інформаційних технологій (ІТ). Вона пропонує фундаментальні переваги над традиційною електронікою, зокрема у швидкості передачі даних, пропускній здатності та енергоефективності. Цей документ має на меті детально розглянути ключові аспекти фотоніки з точки зору фізики, порівняти її з електронікою та проаналізувати застосування оптичних технологій у різних сферах ІТ для студентів.

Фотоніка – це наука про світло та його взаємодію з матерією. Вона охоплює широкий спектр явищ, від фундаментальних принципів квантової механіки, що описують фотон як елементарну частинку світла, до практичних застосувань у лазерах, оптичних волокнах та сенсорах.

Світло є фундаментальним явищем, що лежить в основі оптики та фотоніки. У фізиці світло розглядається як електромагнітна хвиля, що поширюється у просторі, і як потік частинок, званих фотонами. Ця двоїста природа світла – хвильово-корпускулярний дуалізм – є вирішальною для розуміння його властивостей та взаємодії з матерією.

Світло як електромагнітна хвиля характеризується:

- **Довжиною хвилі (λ)** яка дорівнює відстані між двома послідовними гребенями або западинами хвилі. Визначає колір видимого світла (від червоного з більшою довжиною хвилі до фіолетового з меншою) та тип електромагнітного випромінювання (радіохвилі, мікрохвилі, інфрачервоне, видиме, ультрафіолетове, рентгенівське, гамма-випромінювання).

- **Частотою (ν)**, що дорівнює кількості коливань хвилі за одиницю часу. Частота обернено пропорційна довжині хвилі ($c = \lambda\nu$, де c – швидкість світла).

– **Амплітудою, яка дорівнює** максимальному відхиленню хвилі від її рівноважного положення. Пов'язана з інтенсивністю або яскравістю світла.

Швидкість світла у вакуумі є універсальною константою ($c = 299\,792\,458$ м/с) і є максимально можливою швидкістю передачі інформації. У середовищі швидкість світла v менша і визначається показником заломлення n .

Світло проявляє дуалізм хвилі-частинки. Як хвиля, воно описується електромагнітною теорією Максвелла, що характеризується довжиною хвилі, частотою та поляризацією. Як частинка (фотон), воно несе квант енергії, що визначається формулою Планка $E = h\nu$, де h – стала Планка ($h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с), а ν – частота світла. Дуальна природа світла пояснює такі явища, як фотоелектричний ефект, що використовується в сонячних батареях та цифрових камерах.

Фотони можуть поглинатися, випромінюватися, розсіюватися або відбиватися від матеріалів. Ці взаємодії залежать від енергії фотонів та електронної структури матеріалу. Наприклад, у напівпровідниках поглинання фотона може призвести до генерації електрон-діркової пари, що є основою для фотодетекторів та сонячних елементів. Випромінювання фотонів відбувається при рекомбінації електрон-діркових пар, як у світлодіодах (LED) та лазерах.

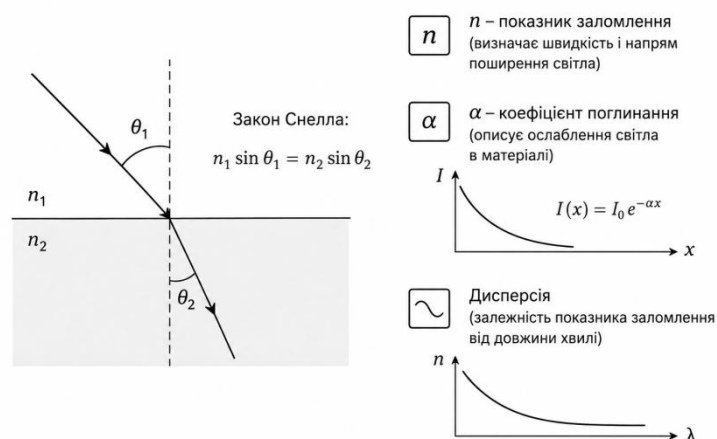


Рис.6.1. Ілюстрація закону заломлення світла, поглинання та дисперсії в оптичних матеріалах

Такі властивості, як показник заломлення n , коефіцієнт поглинання α та дисперсія, визначають, як світло поширюється через матеріал. Показник заломлення, що описується законом Снелла характеризує, як світло поширюється через матеріал і наскільки змінюється напрямок променя при переході між середовищами.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (6.1)$$

де:

- n_1, n_2 – показники заломлення середовищ,
- θ_1 – кут падіння,
- θ_2 – кут заломлення

Дисперсія, яка полягає у залежності швидкості світла від його довжини хвилі, є важливим фактором, що обмежує пропускну здатність оптичних систем.

Оптика стала невід'ємною частиною сучасної ІТ-інфраструктури, забезпечуючи швидкість, пропускну здатність та енергоефективність, які недосяжні для чисто електронних систем. Її роль охоплює передачу даних, обробку інформації, сенсорику та інтерфейси користувача.

Оптичні волокна можуть передавати терабіти даних за секунду, що значно перевищує можливості мідних кабелів. Це є визначальним для центрів обробки даних, глобальних мереж та високошвидкісного інтернету.

Світло може поширюватися на великі відстані в оптичних волокнах з мінімальними втратами сигналу, що робить їх ідеальними для міжконтинентальних комунікацій.

Фотони не взаємодіють з електромагнітними полями так, як електрони, що забезпечує надійну передачу даних без перешкод.

Передача даних за допомогою світла часто вимагає менше енергії порівняно з передачею електричних сигналів, особливо на високих швидкостях та великих відстанях. Це має велике значення для зниження енергоспоживання центрів обробки даних.

Порівняння електроніки та фотоніки виявляє їхні сильні та слабкі сторони, а також потенціал для гібридних систем.

Таблиця 6.1

Порівняльна характеристика електроніки та фотоніки

Характеристика	Електроніка	Фотоніка
Носій інформації	Електрони	Фотони
Швидкість	Обмежена швидкістю руху електронів та RC-затримками	Швидкість світла, значно вища
Пропускна здатність	Обмежена ємністю та індуктивністю провідників	Дуже висока, завдяки мультиплексуванню за довжиною хвилі (WDM)
Втрати енергії	Значні втрати на нагрів (джоулеве тепло)	Низькі втрати, особливо на великих відстанях
Перешкоди	Чутлива до електромагнітних перешкод	Імунна до електромагнітних перешкод
Розмір компонентів	Може бути дуже малим (нанометри)	Обмежений довжиною хвилі світла (мікрометри)
Обробка даних	Добре підходить для логічних операцій та пам'яті	Перспективна для паралельних обчислень та сенсорики

В електроніці інформація кодується зміною електричного заряду (рухом електронів). Електрони мають масу, заряд і взаємодіють один з одним, що призводить до опору, нагріву та обмежень швидкості. У фотоніці інформація кодується зміною властивостей фотонів (інтенсивність, фаза, поляризація). Фотони не мають маси спокою, не мають заряду і не взаємодіють один з одним безпосередньо, що дозволяє їм рухатися зі швидкістю світла та передавати дані без втрат.

Однією з головних проблем електроніки є тепловиділення, яке обмежує щільність інтеграції та швидкість роботи пристроїв. Фотоніка значно менш

схильна до тепловиділення при передачі даних, хоча перетворення електричних сигналів на оптичні та навпаки все ще генерує тепло.

Електронні компоненти досягли нанометрових розмірів, що дозволило створити надзвичайно щільні інтегральні схеми. Фотонічні компоненти, як правило, більші через дифракційні обмеження світла, хоча кремнієва фотоніка дозволяє інтегрувати оптичні компоненти на чіпах, сумісних з електронними технологіями.

Майбутнє ІТ, ймовірно, полягає у гібридних оптоелектронних системах, де електроніка виконує логічні операції та зберігання даних, а фотоніка забезпечує високошвидкісну передачу даних між компонентами та системами. Це дозволяє використовувати сильні сторони обох технологій.

У сучасних центрах обробки даних (ЦОД) оптичні технології є важливими для забезпечення високої пропускної здатності та низьких затримок між серверами, сховищами та мережевим обладнанням. Зі зростанням попиту на обчислення (особливо для AI/ML), потреба у швидкій передачі даних всередині ЦОД експоненційно зростає.

Замість мідних кабелів, які обмежують швидкість та відстань, використовуються оптичні волокна для з'єднання компонентів. Це дозволяє передавати дані на швидкостях 100 Гбіт/с, 400 Гбіт/с і вище на відстані до кількох кілометрів.

Кремнієва фотоніка (Silicon Photonics) це технологія інтеграції оптичних компонентів (лазерів, модуляторів, фотодетекторів, хвилеводів) на кремнієвих чіпах, використовуючи стандартні процеси виробництва напівпровідників. Це дозволяє створювати компактні, енергоефективні та високопродуктивні оптоелектронні пристрої, які можуть бути інтегровані безпосередньо з електронними схемами. Фізично, кремнієва фотоніка використовує високий показник заломлення кремнію для створення хвилеводів, які ефективно направляють світло.

Технологія Co-Packaged Optics (CPO) це інтеграція оптичних трансиверів безпосередньо в один корпус з мережевими чіпами (наприклад, комутаторами).

Це значно скорочує відстань між електричними та оптичними компонентами, зменшуючи втрати енергії та підвищуючи швидкість. Фізичний принцип полягає у мінімізації електричних трактів, де втрати та дисперсія є найбільшими.

Оптоволоконний зв'язок – це технологія передачі інформації у вигляді світлових імпульсів по оптичних волокнах. Це основа сучасної глобальної мережі Інтернет, що забезпечує високу швидкість та велику пропускну здатність. Оптоволокно – це «магістраль» сучасного інтернету, що дозволяє передавати терабіти даних на великі відстані.

Одномодове волокно (Single-mode fiber) має дуже тонку серцевину, що дозволяє поширюватися лише одному світловому променю. Використовується для передачі даних на великі відстані з високою швидкістю.

Багатомодове волокно (Multi-mode fiber) має більшу серцевину, що дозволяє поширюватися кільком світловим променям (модам). Використовується для коротших відстаней (наприклад, у локальних мережах).

Волоконна оптика є основою глобальної комунікаційної інфраструктури. Її ефективність базується на кількох фізичних принципах:

Повне внутрішнє відбиття (Total Internal Reflection - TIR) це фундаментальний принцип, що дозволяє світлу поширюватися всередині оптичного волокна. Коли світло переходить з середовища з вищим показником заломлення (серцевина волокна, n_1) у середовище з нижчим показником заломлення (оболонка, n_2) під кутом, більшим за критичний кут, воно повністю відбивається назад у серцевину. Формула критичного кута для повного внутрішнього відбиття:

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (6.2)$$

де:

θ_c – критичний кут,

n_1 – показник заломлення середовища, з якого виходить світло,

n_2 – показник заломлення другого середовища, умова застосування $n_1 > n_2$.

Це дозволяє світлу поширюватися на великі відстані без значних втрат.

Явище дисперсії виникає коли різні компоненти світлового сигналу (наприклад, різні довжини хвиль або різні моди) поширюються з різною швидкістю, що призводить до розширення імпульсів і обмеження пропускної здатності. Основними типами дисперсії є хроматична дисперсія (залежність швидкості від довжини хвилі) та модова дисперсія (різні шляхи поширення для різних мод у багатомодових волокнах). Для мінімізації дисперсії використовуються одномодові волокна та спеціальні методи компенсації.

Зменшення інтенсивності світлового сигналу під час його поширення пояснюють затуханням (Attenuation). Основними причинами затухання є поглинання (матеріалом волокна та домішками) та розсіювання (наприклад, релєївське розсіювання). Сучасні оптичні волокна мають дуже низьке затухання, що дозволяє передавати сигнали на тисячі кілометрів.

Технологія дистанційного зондування (LiDAR), яка використовує лазерне світло для вимірювання відстаней до об'єктів та створення детальних 3D-карт навколишнього середовища. Вона є важливою для автономних транспортних засобів, робототехніки, геодезії та картографії. LiDAR-система випромінює лазерні імпульси та вимірює час, необхідний світлу для досягнення об'єкта та повернення до приймача. Відстань D розраховується за формулою $D = \frac{c\Delta t}{2}$, де c – швидкість світла, а Δt – час проходження імпульсу туди й назад. Фізично, це пряме застосування принципу постійності швидкості світла.

Технологія Time-of-Flight (ToF) дозволяє вимірювати час затримки дискретних імпульсів світла. Ця технологія проста у реалізації, але чутлива до фонових світла та має обмежену точність на великих відстанях.

Frequency-Modulated Continuous Wave (FMCW) випромінює безперервний лазерний сигнал, частота якого лінійно змінюється з часом. Відстань до об'єкта визначається шляхом вимірювання різниці частот між випромінюваним та прийнятим сигналом (ефект Доплера). FMCW LiDAR забезпечує вищу точність, кращу стійкість до перешкод та можливість вимірювання швидкості об'єктів, але є складнішим у реалізації.

Використання лазерів забезпечує високу когерентність та спрямованість світла, що дозволяє точно вимірювати відстані. Розсіювання світла від об'єктів (розсіювання Релея, Мі) є основою для детектування поверненого сигналу.

Оптичні технології є серцем систем віртуальної (VR) та доповненої (AR) реальності, забезпечуючи реалістичне відображення зображень та інтеграцію віртуального контенту з реальним світом.

У AR-окулярах хвилеводи (Waveguides) використовуються для направлення зображення від мікродисплея до ока користувача, дозволяючи при цьому бачити навколишнє середовище. Це досягається за допомогою повного внутрішнього відбиття або дифракційних оптичних елементів (ДОЕ).

Дифракційні оптичні елементи (ДОЕ) це мікроструктури, які маніпулюють світлом за допомогою дифракції. У AR-хвилеводах ДОЕ використовуються для введення та виведення світла з хвилеводу, а також для розширення поля зору. Фізично, ДОЕ працюють на принципі дифракції світла на періодичних структурах, де кут дифракції залежить від довжини хвилі світла та періоду ґратки (рівняння дифракційної ґратки).

$$d \sin(\theta_m) = m\lambda \quad (6.3)$$

де d – період ґратки, θ_m – кут дифракції m -го порядку, λ – довжина хвилі.

Для створення зображень використовуються компактні та високоефективні мікродисплеї на основі OLED або LCoS технологій, які генерують світло, що потім направляється до ока через оптичну систему.

Оптичні технології є невід'ємною частиною систем комп'ютерного зору, що використовуються в AI для розпізнавання образів, обробки зображень та автономної навігації.

Оптичні нейронні мережі Optical Neural Networks (ONN) це новаторський підхід, де обчислення нейронних мереж виконуються за допомогою світла, а не електронів. Замість електричних сигналів, що проходять через транзистори, світло проходить через оптичні компоненти, які виконують операції, такі як множення матриць. Це дозволяє значно прискорити обчислення та зменшити

енергоспоживання, оскільки світлові сигнали не генерують тепло так, як електричні.

Окремим підтипом ONN є дифракційні глибокі нейронні мережі, де обчислення виконуються за допомогою багатошарових дифракційних структур. Світло проходить через ці шари, і кожен шар виконує певну оптичну трансформацію, що відповідає шару нейронної мережі. Фізично, це використання принципів дифракції та інтерференції для виконання складних обчислень. Це дозволяє створювати пасивні, енергоефективні системи для розпізнавання образів та інших завдань AI.

Камери, що використовуються в AI Vision Systems, покладаються на оптичні лінзи для фокусування світла та світлочутливі сенсори (CCD або CMOS) для перетворення світла на електричні сигнали. Фізика тут включає оптику лінз (формули лінз, аберації) та фотоелектричний ефект у напівпровідниках.

Фотоніка є основною технологією, що трансформує сучасні інформаційні технології. Її здатність передавати та обробляти дані зі швидкістю світла, з високою пропускнуою здатністю та низьким енергоспоживанням робить її незамінною для майбутнього IT. Від високошвидкісних центрів обробки даних та глобальних волоконно-оптичних мереж до передових систем LiDAR, VR/AR та оптичних нейронних мереж, фотоніка відкриває нові можливості та долає фізичні обмеження традиційної електроніки. Розуміння фундаментальних фізичних принципів, що лежать в основі цих технологій, є важливим для студентів, які прагнуть працювати на передовій інновацій у сфері IT.

Світло є одним з найфундаментальніших явищ у Всесвіті, що відіграє вирішальну роль у нашому сприйнятті світу та функціонуванні численних технологій. Протягом століть природа світла була предметом інтенсивних наукових досліджень та дискусій. Від корпускулярної теорії Ньютона до хвильової теорії Гюйгенса, розуміння світла еволюціонувало, досягнувши свого апогею в електромагнітній теорії Джеймса Клерка Максвелла. Цей документ має на меті детально розглянути світло як електромагнітну хвилю, охоплюючи його хвильову природу, основні характеристики – довжину хвилі, частоту та

швидкість, а також фундаментальні фізичні принципи, що лежать в основі цього явища, для студентів бакалаврів.

Ідея про те, що світло є хвилею, має довгу історію. Крістіан Гюйгенс у XVII столітті запропонував хвильову теорію світла, яка успішно пояснювала такі явища, як відбиття, заломлення та дифракція. Однак, до середини XIX століття, коли Джеймс Клерк Максвелл сформулював свою уніфіковану теорію електромагнетизму, природа цих хвиль залишалася незрозумілою.

У 1860-х роках Максвелл об'єднав усі відомі на той час закони електрики та магнетизму в чотири фундаментальні рівняння, які описують поведінку електричних та магнітних полів. Ці рівняння, відомі як рівняння Максвелла, є наріжним каменем класичної електродинаміки. Найбільш революційним результатом рівнянь Максвелла стало передбачення існування електромагнітних хвиль, що поширюються у вакуумі.

Максвелл виявив, що швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі дорівнює:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (6.4)$$

Підставивши відомі значення $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$ та $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$. Максвелл отримав значення $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, що збігалося з експериментально виміряною швидкістю світла. Це стало тріумфом його теорії та довело, що світло є електромагнітною хвилею.

Електромагнітні хвилі, включаючи світло, характеризуються кількома основними параметрами, які визначають їхні властивості та поведінку.

Довжина хвилі (λ) – це просторова періодичність хвилі, тобто відстань між двома послідовними точками хвилі, що знаходяться в однаковій фазі (наприклад, між двома гребенями або двома западинами). Вона вимірюється в одиницях довжини, таких як метри (м), нанометри (нм) або ангстрєми (Å).

Для видимого світла довжина хвилі визначає колір: від приблизно 700 нм для червоного світла до 400 нм для фіолетового. Поза видимим спектром існують

радіохвилі (метри до кілометрів), мікрохвилі (сантиметри), інфрачервоне випромінювання (мікрометри), ультрафіолетове випромінювання (десятки нанометрів), рентгенівське випромінювання (пікометри) та гамма-випромінювання (фемтометри).

Частота (ν) – це часова періодичність хвилі, тобто кількість повних коливань, які відбуваються за одиницю часу в певній точці простору. Вона вимірюється в герцах (Гц), що відповідає одному коливанню за секунду.

Частота електромагнітної хвилі пов'язана з енергією фотона за формулою Планка: $E = h\nu$, де h – стала Планка ($6.626 \cdot 10^{-34}$ Дж/с). Таким чином, чим вища частота, тим більша енергія фотона. Це пояснює, чому рентгенівські та гамма-промені, маючи дуже високі частоти, є іонізуючим випромінюванням і несуть значну енергію.

Швидкість світла у вакуумі c є однією з фундаментальних фізичних констант і становить точно 299,792,458 м/с. Це максимальна швидкість, з якою може поширюватися будь-яка інформація або енергія у Всесвіті. Як було показано вище, Максвелл вивів це значення з фундаментальних констант електромагнетизму.

У середовищі, відмінному від вакууму, швидкість світла зменшується. Це пояснюється взаємодією електромагнітної хвилі з атомами та молекулами середовища. Швидкість світла в середовищі v пов'язана зі швидкістю світла у вакуумі та показником заломлення середовища n за формулою: $v = c/n$

Показник заломлення n є безрозмірною величиною, яка показує, у скільки разів швидкість світла в даному середовищі менша, ніж у вакуумі. Для більшості прозорих матеріалів $n > 1$.

Довжина хвилі, частота та швидкість світла не є незалежними величинами. Вони пов'язані фундаментальним співвідношенням:

$$c = \lambda \nu \quad (6.5)$$

Це рівняння справедливе для будь-якої хвилі, що поширюється зі швидкістю c . Воно показує, що для електромагнітної хвилі у вакуумі, якщо відомі два з цих

параметрів, третій може бути легко обчислений. Наприклад, якщо частота хвилі збільшується, її довжина хвилі повинна зменшуватися, щоб швидкість залишалася постійною.

Електромагнітні хвилі охоплюють величезний діапазон довжин хвиль та частот, відомий як електромагнітний спектр. Видиме світло становить лише дуже невелику частину цього спектра. Весь спектр можна розділити на кілька областей, кожна з яких має свої унікальні властивості та застосування.

Електромагнітні хвилі мають кілька властивостей, які відрізняють їх від інших типів хвиль, таких як звукові хвилі.

Електромагнітні хвилі є поперечними хвилями. Це означає, що коливання електричного E та магнітного B полів відбуваються перпендикулярно до напрямку поширення хвилі. Більше того, електричне та магнітне поля також перпендикулярні одне одному. У вакуумі ці поля коливаються у фазі. Якщо хвиля поширюється вздовж осі z , то електричне поле може коливатися вздовж осі x , а магнітне поле – вздовж осі y , або навпаки. Математично це можна виразити для плоскої монохроматичної хвилі, що поширюється у вакуумі:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z, t) &= E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{\mathbf{i}} \\ \mathbf{B}(z, t) &= B_0 \cos(kz - \omega t) \hat{\mathbf{j}} \end{aligned} \tag{6.6}$$

де E_0 та B_0 – амплітуди електричного та магнітного полів

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число,

$\omega = 2\pi\nu$ – кутова частота, а $\hat{\mathbf{i}}$ – одиничний вектор уздовж осі x , $\hat{\mathbf{j}}$ – одиничний вектор уздовж осі y відповідно. Співвідношення між амплітудами полів у вакуумі дорівнює $E_0 = cB_0$.

Електромагнітні хвилі переносять енергію та імпульс. Це є фундаментальним аспектом їхньої взаємодії з матерією.

Енергія електромагнітної хвилі розподілена між електричним та магнітним полями. Густина енергії u у вакуумі визначається як:

$$u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 \quad (6.7)$$

Оскільки $E = cB$ і $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ можна показати, що енергія, яка зберігається в електричному та магнітному полях, є рівною:

$$u = \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2 \quad (6.8)$$

Напрямок та швидкість перенесення енергії електромагнітною хвилею описується вектором Пойнтінга S .

$$S = \frac{1}{\mu_0} (E \times B) \quad (6.9)$$

Величина вектора Пойнтінга дає інтенсивність хвилі (потужність на одиницю площі), а його напрямок вказує напрямок поширення енергії. Одиницею вимірювання є Вт/м².

Електромагнітні хвилі також переносять імпульс. Коли світло поглинається або відбивається поверхнею, воно передає цій поверхні імпульс, створюючи тиск випромінювання. Тиск випромінювання P для повністю поглинаючої поверхні дорівнює $P = I/c$, де I – інтенсивність світла. Це явище є основою для таких концепцій, як сонячні вітрила.

Хоча електромагнітна теорія Максвелла успішно описує світло як хвилю, деякі явища, такі як фотоелектричний ефект та випромінювання абсолютно чорного тіла, не могли бути пояснені виключно хвильовою моделлю. Це призвело до розвитку квантової механіки та концепції дуалізму хвилі-частинки.

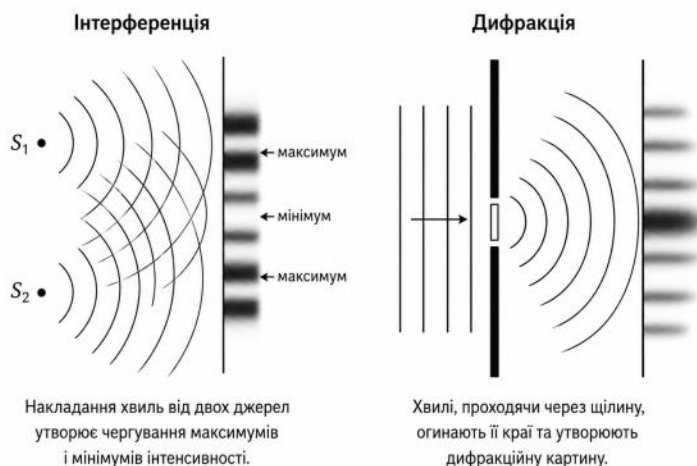
У квантовій механіці світло розглядається як потік дискретних енергетичних пакетів, або квантів, які називаються фотонами. Енергія кожного фотона прямо пропорційна частоті світла: $E = h\nu$. Ця концепція, запропонована Максом Планком і розвинена Альбертом Ейнштейном, пояснила, чому енергія світла передається дискретними порціями.

Сучасна фізика розглядає світло як таке, що має як хвильові, так і частинкові властивості. У деяких експериментах (наприклад, дифракція та інтерференція) світло поводить себе як хвиля, тоді як в інших (наприклад, фотоелектричний ефект) – як частинка. Це не суперечність, а фундаментальна властивість квантового світу, де об'єкти не завжди відповідають нашим інтуїтивним уявленням про макроскопічні об'єкти. Дуалізм хвилі-частинки є центральною концепцією квантової механіки, яка дозволяє повністю описати поведінку світла та матерії на мікроскопічному рівні.

Розуміння хвильової природи світла дозволяє пояснити такі явища, як інтерференція, дифракція та поляризація, які є основою для багатьох оптичних технологій. Водночас, квантова механіка доповнює це розуміння, вводячи концепцію фотонів та дуалізму хвилі-частинки, що є необхідним для пояснення взаємодії світла з матерією на атомному та субатомному рівнях. Для студентів бакалаврів глибоке засвоєння цих фундаментальних принципів є визначальним для подальшого вивчення оптики, фотоніки, квантової фізики та їхніх численних застосувань у сучасній науці та техніці.

6.2. Інтерференція та дифракція сигналів

Інтерференція та дифракція є фундаментальними хвильовими явищами, які відіграють важливу роль у розумінні поведінки світла та інших



електромагнітних хвиль. Ці явища не тільки демонструють хвильову природу світла, але й лежать в основі численних оптичних технологій, від голографії до волоконно-оптичних комунікацій. Однак, у реальних системах

передачі даних, ці явища, поряд з шумами та спотвореннями, можуть впливати на якість сигналу. Цей документ має на меті детально розглянути фізичні основи інтерференції та дифракції, проаналізувати вплив шуму та спотворень на сигнали, а також обговорити оптичні перешкоди у передачі даних, надаючи необхідні формули для студентів, які вивчають фізику.

Явище накладання (суперпозиції) двох або більше когерентних хвиль, що призводить до перерозподілу інтенсивності в просторі називається інтерференція. Когерентність означає, що хвилі мають однакову частоту, постійну різницю фаз і однакову поляризацію. Результатом інтерференції є утворення стійкої інтерференційної картини, що складається з чергування максимумів (посилення) та мінімумів (послаблення) інтенсивності.

Для спостереження стійкої інтерференційної картини необхідні дві основні умови. Хвилі повинні бути когерентними, тобто мати постійну різницю фаз. Це зазвичай досягається шляхом розділення світла від одного джерела на два або більше пучків, які потім знову зводяться разом. Різниця оптичного ходу між хвилями, що інтерферують, повинна бути меншою за довжину когерентності джерела світла.

Розглянемо дві монохроматичні хвилі, що поширюються в одному напрямку, з однаковою амплітудою A та кутовою частотою ω , але з різними початковими фазами ϕ_1 та ϕ_2 .

$$\begin{aligned} E_1 &= A \cos(\omega t + \phi_1) \\ E_2 &= A \cos(\omega t + \phi_2) \end{aligned} \quad (6.10)$$

Згідно з принципом суперпозиції, результуюче електричне поле $E = E_1 + E_2$. Використовуючи тригонометричні тотожності, можна показати, що результуюча інтенсивність I яка пропорційна квадрату амплітуди електричного поля E^2 буде:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\phi) \quad (6.11)$$

де I_1 та I_2 – інтенсивності окремих хвиль, а $\Delta\phi$ – різниця фаз між ними. Якщо $I_1 = I_2 = I_0$, то:

$$I = 2I_0(1 + \cos(\Delta\phi)) \quad (6.12)$$

В залежності від початкових умов можуть виникати максимуми та мінімуми. Максимуми (конструктивна інтерференція) виникають, коли хвилі приходять у фазі, тобто різниця фаз є цілим числом $\Delta\phi = 2m\pi$, де $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Це відповідає різниці оптичного ходу $\Delta L = m\lambda$ – довжина хвилі. У цих точках інтенсивність максимальна $I_{\max} = 4I_0$.

Мінімуми (деструктивна інтерференція) виникають, коли хвилі приходять у протифазі, тобто різниця фаз є непарним числом $\Delta\phi = (2m + 1)\pi$, де $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$.

Це відповідає різниці оптичного ходу

$$\Delta L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad (6.13)$$

У цих точках інтенсивність мінімальна $I_{\min} = 0$.

Класичним прикладом інтерференції є дослід Юнга з двома щілинами. Світло від точкового джерела проходить через дві вузькі паралельні щілини, які діють як когерентні джерела. На екрані, розташованому на відстані L від щілин, спостерігається інтерференційна картина з чергуванням світлих і темних смуг (інтерференційних максимумів і мінімумів).

Для малих кутів дифракції $\theta \ll 1$, положення m -го максимуму на екрані (відстань y_m від центрального максимуму) визначається формулою:

$$y_m = \frac{m\lambda L}{d} \quad (6.14)$$

де d – відстань між щілинами. Ширина інтерференційної смуги (відстань між двома сусідніми максимумами або мінімумами) дорівнює:

$$\Delta y = \frac{\lambda L}{d} \quad (6.15)$$

Ці формули дозволяють визначити довжину хвилі світла, відстань між щілинами або відстань до екрана за відомими параметрами інтерференційної картини.

Явище огинання хвилями перешкод або розширення хвиль при проходженні через малі отвори називається дифракція. Вона є наслідком хвильової природи світла і спостерігається, коли розміри перешкоди або отвору порівнянні з довжиною хвилі світла. Дифракція пояснюється принципом Гюйгенса-Френеля, згідно з яким кожна точка хвильового фронту є джерелом вторинних сферичних хвиль.

Розрізняють два основні типи дифракції:

1. Дифракція Френеля (ближня зона) спостерігається, коли джерело світла та/або екран знаходяться на кінцевій відстані від перешкоди. Хвильовий фронт є сферичним, і математичний опис є складнішим.

2. Дифракція Фраунгофера (дальня зона) спостерігається, коли джерело світла та екран знаходяться на нескінченно великій відстані від перешкоди (або коли світло є паралельним пучком, а спостереження ведеться у фокальній площині лінзи). Хвильовий фронт є плоским, і математичний опис значно спрощується.

При проходженні світла через одиничну щілину шириною a на екрані спостерігається дифракційна картина, що складається з широкого центрального максимуму та менш інтенсивних бічних максимумів, розділених мінімумами. Положення мінімумів визначається умовою:

$$a \sin \theta = m\lambda \quad (6.16)$$

де $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ($m=0$ відповідає центральному максимуму), а θ – кут, під яким спостерігається мінімум. Ширина центрального максимуму є найбільшою

і становить $\frac{2\lambda L}{a}$

Оптичний прилад, що складається з великої кількості паралельних, рівновіддалених щілин або штрихів називають дифракційною ґраткою. Вона

використовується для розкладання світла в спектр. Кожна щілина діє як джерело вторинних хвиль, які інтерферують між собою, створюючи чіткі та вузькі дифракційні максимуми.

Умова для головних максимумів дифракційної ґратки:

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (6.17)$$

де d – період ґратки (відстань між центрами сусідніх щілин), $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – порядок максимуму, а θ – кут, під яким спостерігається максимум. Ця формула є базовою для спектрального аналізу, оскільки дозволяє визначити довжину хвилі світла за кутом дифракції.

6.3. Шум та спотворення сигналів

У будь-якій системі передачі даних, включаючи оптичні, сигнал піддається впливу шуму та спотворень, що погіршує його якість та обмежує продуктивність системи. Шум – це небажані випадкові флуктуації, які додаються до сигналу і маскують корисну інформацію. У оптичних системах є три джерела шуму. Тепловий шум (Джонсона-Найквіста) виникає через випадковий тепловий рух електронів у провідниках та напівпровідниках (наприклад, у фотодетекторах та підсилювачах). Його потужність P_T визначається формулою:

$$P_T = k_B T B \quad (6.18)$$

де k_B – стала Больцмана ($1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К), T – абсолютна температура (у Кельвінах), а B – смуга пропускання (у Гц).

Дробовий шум (Shot Noise) виникає через дискретну природу електричного струму (рух окремих електронів) або світла (потік окремих фотонів). У фотодетекторах дробовий шум пов'язаний з випадковим надходженням фотонів та генерацією електронів. Середньоквадратичне значення струму дробового шуму I_{shot} для фотодетектора:

$$I_{\text{shot}} = \sqrt{2eI_{ph}B} \quad (6.19)$$

де e – елементарний заряд ($1.602 \cdot 10^{-19}$ Кл), I_{ph} – середній фотострум, а B – смуга пропускання.

ASE-шум (Amplified Spontaneous Emission Noise) виникає в оптичних підсилювачах (наприклад, EDFA) через спонтанне випромінювання, яке підсилюється разом з корисним сигналом. Цей шум є значним джерелом деградації сигналу в довгомагістральних оптичних лініях.

Спотворення (Distortion) – це систематичні зміни форми сигналу, які виникають через нелінійні ефекти або залежність параметрів системи від частоти. На відміну від шуму, спотворення є передбачуваними і можуть бути частково компенсовані. Основними типами спотворень в оптичних системах є:

Дисперсія яка призводить до розширення оптичних імпульсів, що обмежує швидкість передачі даних. Основними видами є хроматична дисперсія (залежність швидкості від довжини хвилі) та поляризаційно-модова дисперсія (різна швидкість поширення для різних поляризаційних компонентів світла).

При високих оптичних потужностях у волокні можуть виникати нелінійні ефекти (наприклад, самофазова модуляція, крос-фазова модуляція, чотирихвильове змішування), які призводять до спотворення форми імпульсів та взаємодії між каналами в системах з мультиплексуванням за довжиною хвилі (WDM).

Якість сигналу в присутності шуму та спотворень оцінюється за допомогою співвідношення сигнал/шум (**SNR**): Це відношення потужності корисного сигналу до потужності шуму. Високе SNR вказує на кращу якість сигналу. Часто вимірюється в децибелах (дБ):

$$SNR_{дБ} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{\text{сигналу}}}{P_{\text{шуму}}} \right) \quad (6.20)$$

Коефіцієнт бітових помилок (BER) це кількість помилково прийнятих бітів на загальну кількість переданих бітів. Низький BER вирішальний для надійної передачі даних. BER залежить від SNR та типу модуляції. Наприклад, для

двійкової фазової маніпуляції (BPSK) у каналі з адитивним білим гаусовим шумом (AWGN) BER може бути виражений через функцію помилок $Q(x)$

$$BER = Q\left(\sqrt{2 \cdot SNR}\right) \quad (6.21)$$

де

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2/2} dt \quad (6.22)$$

Q -функція – це хвіст стандартного нормального (гаусового) розподілу. Вона показує яка ймовірність того, що випадкова величина з нормальним розподілом перевищить значення x . Зменшення SNR приводить до зростання BER.

Оптичні перешкоди в передачі даних можуть бути викликані як внутрішніми властивостями оптичних компонентів, так і зовнішніми факторами.

Затухання (Attenuation) це зменшення інтенсивності сигналу в міру його поширення. Основними причинами є поглинання (матеріалом волокна, домішками, гідроксильними групами OH-) та розсіювання (релеївське розсіювання через мікроскопічні неоднорідності, розсіювання Мі через більші дефекти). Неідеальні з'єднання (сплайси, конектори) та надмірні вигини волокна призводять до втрат оптичної потужності.

Дисперсія є однією з найважливіших оптичних перешкод, що обмежує пропускну здатність волоконно-оптичних систем. Вона призводить до розширення імпульсів, що може спричинити їх накладання (міжсимвольна інтерференція, ISI) та унеможливити розрізнення окремих бітів.

Модова дисперсія виникає в багатомодових волокнах, де різні моди світла поширюються з різною швидкістю. Час затримки між найшвидшою та найповільнішою модою

$$\Delta\tau_{\text{мод}} \approx \frac{Ln_1}{c} \frac{n_1 - n_2}{n_2} = \frac{Ln_1}{c} \Delta \quad (6.23)$$

де n_1 – показник заломлення серцевини, n_2 – показник заломлення оболонки, L – довжина волокна, $\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_2}$ – відносна різниця показників заломлення.

Хроматична дисперсія виникає через залежність показника заломлення матеріалу волокна від довжини хвилі (матеріальна дисперсія) та залежність швидкості поширення моди від довжини хвилі (хвильоводна дисперсія). Загальна хроматична дисперсія D_c вимірюється в $\text{ps}/(\text{nm} \cdot \text{km})$. Розширення імпульсу $\Delta T_{\text{хром}}$ це хроматична затримка (chromatic delay) або хроматична дисперсія в часі в оптичних волокнах

$$\Delta \tau_{\text{хром}} = D_c \cdot L \cdot \Delta \lambda \quad (6.24)$$

де $\Delta \lambda$ – спектральна ширина джерела світла.

Поляризаційно-модова дисперсія (PMD) виникає через неідеальності волокна, які призводять до того, що дві ортогональні поляризаційні моди поширюються з різною швидкістю. Це також спричиняє розширення імпульсів, особливо на дуже високих швидкостях передачі даних.

Міжсимвольна інтерференція (ISI) виникає, коли розширені імпульси накладаються один на одного, що ускладнює або унеможливорює розрізнення окремих бітів приймачем. Це прямий наслідок дисперсії та обмежує максимальну швидкість передачі даних у волокні. Для мінімізації ISI використовуються одномодові волокна, компенсатори дисперсії та складніші схеми модуляції.

Інтерференція та дифракція є фундаментальними хвильовими явищами, які не тільки формують наше розуміння природи світла, але й мають глибокі практичні застосування в оптиці та фотоніці. Розуміння цих явищ, а також впливу шуму та спотворень, є важливим для проектування та оптимізації сучасних систем передачі даних. Формули, представлені в цьому документі, надають студентам інструменти для кількісного аналізу цих явищ та розв'язання практичних задач. З розвитком технологій, особливо у сфері високошвидкісних оптичних комунікацій, знання цих фізичних принципів стає дедалі актуальнішим для інженерів та дослідників.

6.4. Поляризація світла та цифрові системи

Світло, як електромагнітна хвиля, має не тільки амплітуду, частоту та довжину хвилі, але й напрямок коливань електричного та магнітного полів. Це явище, відоме як поляризація, відіграє фундаментальну роль у багатьох оптичних технологіях, зокрема в цифрових системах. Розуміння фізичних принципів поляризації має першочергове значення для студентів ІТ, оскільки воно лежить в основі роботи таких повсякденних пристроїв, як рідкокристалічні дисплеї (LCD), 3D-окуляри та навіть деякі сенсори. Детально розглянемо теорію поляризації світла, принципи роботи поляризаційних фільтрів та їх застосування в оптичних дисплеях, надаючи необхідні фізичні основи.

Поляризація світла – це орієнтація коливань вектора електричного поля електромагнітної хвилі в площині, перпендикулярній до напрямку її поширення. Природне світло, таке як сонячне або світло від лампи розжарювання, є неполяризованим (або природним), оскільки вектори електричного поля коливаються у всіх можливих напрямках, перпендикулярних до напрямку поширення, випадковим чином.

Залежно від характеру коливань вектора електричного поля розрізняють кілька типів поляризації.

Лінійна (плоска) поляризація коли вектор електричного поля коливається лише в одній фіксованій площині. Це найпростіший тип поляризації, який часто використовується в оптичних пристроях.

Кругова поляризація відбувається тоді, коли кінчик вектора електричного поля описує коло в площині, перпендикулярній до напрямку поширення. Це відбувається, коли дві лінійно поляризовані хвилі з однаковою амплітудою, але зі зсувом фази на 90 градусів, поширюються одночасно. Розрізняють правосторонню та лівосторонню кругову поляризацію.

Еліптична поляризація це найбільш загальний випадок, коли кінчик вектора електричного поля описує еліпс. Лінійна та кругова поляризація є окремими випадками еліптичної поляризації.

Існує кілька способів отримання поляризованого світла з неполяризованого:

Коли неполяризоване світло падає на межу розділу двох діелектричних середовищ (наприклад, повітря-скло), відбите та заломлене світло частково поляризується. При певному куті падіння, відомому як кут Брюстера θ_B , відбите світло стає повністю лінійно поляризованим, причому вектор електричного поля коливається паралельно поверхні розділу. Кут Брюстера визначається законом Брюстера:

$$\tan(\theta_B) = \frac{n_2}{n_1} \quad (6.25)$$

де n_1 та n_2 – показники заломлення першого та другого середовищ відповідно.

При проходженні через анізотропні середовища (дихроїзм) деякі кристали (наприклад, турмалін) або спеціальні плівки (поляроїди) мають властивість поглинати світло, поляризоване в одному напрямку, і пропускати світло, поляризоване в перпендикулярному напрямку. Це явище називається дихроїзмом.

При розсіюванні світла малими частинками (наприклад, молекулами атмосфери) також призводить до його часткової поляризації. Саме тому небо виглядає блакитним, а світло від нього частково поляризоване.

Подвійне променезаломлення (бірефрингенція) – це явище при якому деякі кристали (наприклад, кальцит) розщеплюють падаюче світло на два промені, які поширюються з різними швидкостями і мають взаємно перпендикулярні лінійні поляризації. Це явище використовується в поляризаційних призмах (наприклад, призма Ніколя).

Поляризаційний фільтр (або поляризатор) – це оптичний пристрій, який пропускає світло з певною поляризацією і блокує світло з іншою поляризацією. Найбільш поширеними є лінійні поляризатори, які пропускають лише світло, поляризоване вздовж їхньої оптичної осі (осі пропускання).

Коли неполяризоване світло проходить через ідеальний лінійний поляризатор, інтенсивність світла зменшується вдвічі, і воно стає лінійно поляризованим у напрямку осі пропускання фільтра.

Якщо лінійно поляризоване світло з інтенсивністю I_0 падає на поляризатор, вісь пропускання якого утворює кут θ з напрямком поляризації падаючого світла, то інтенсивність світла I , що пройшло через фільтр, визначається законом Малюса:

$$I = I_0 \cos^2(\theta) \quad (6.26)$$

Цей закон є фундаментальним для розуміння роботи поляризаційних фільтрів і використовується для розрахунку інтенсивності світла в оптичних системах, що містять поляризатори.

Наприклад, якщо $\theta = 0^\circ$ (осі паралельні), $I=I_0$. Якщо $\theta = 90^\circ$ (осі перпендикулярні, схрещені поляризатори), $I=0$, і світло повністю блокується.

Поляризаційні фільтри мають широке застосування в різних галузях, включаючи цифрові системи:

При фотографуванні для зменшення відблисків від неметалевих поверхонь (води, скла), посилення контрасту неба.

У 3D-кінотеатрах та деяких 3D-дисплеях використовуються поляризаційні окуляри, які пропускають світло з різною поляризацією для кожного ока, створюючи ілюзію об'ємного зображення.

Оптичні сенсори використовуються для аналізу поляризації світла, що взаємодіяло з речовиною, для визначення її властивостей (наприклад, концентрації оптично активних речовин).

Поляризаційні окуляри для водіїв або рибалок зменшують відблиски від дороги або води.

Сучасні технології дисплеїв постійно розвиваються, пропонуючи кращу якість зображення, енергоефективність та гнучкість. Дисплеї перетворюють цифрові дані у візуальні образи, використовуючи різні фізичні ефекти.

Сучасні оптичні дисплеї, такі як рідкокристалічні дисплеї (LCD) та органічні світлодіодні дисплеї (OLED), використовують різні фізичні принципи для формування зображення.

LCD-дисплеї не випромінюють світло самостійно, а модулюють світло від зовнішнього джерела (підсвічування). Їхня робота базується на властивостях рідких кристалів – речовин, які мають властивості як рідин (текучість), так і кристалів (оптична анізотропія). Основним принципом є здатність рідких кристалів змінювати поляризацію світла під дією електричного поля.

LCD-піксель має шарову будову, кожен з яких виконує певні функції при роботі.

Нижній шар виконує функцію підсвічування (Backlight), зазвичай це джерело неполяризованого світла (LED).

Перший поляризатор пропускає лише лінійно поляризоване світло, наприклад, з вертикальною поляризацією.

Скляні підкладки з електродами між якими розташований шар рідких кристалів. Шар рідких кристалів це молекули рідких кристалів орієнтовані таким чином, що без електричного поля вони закручують площину поляризації світла на 90 градусів (як у випадку TN-матриць, Twisted Nematic). При подачі електричного поля молекули вирівнюються, і світло проходить без зміни поляризації. Другий поляризатор (аналізатор) він розташований перпендикулярно до першого поляризатора (наприклад, з горизонтальною поляризацією).

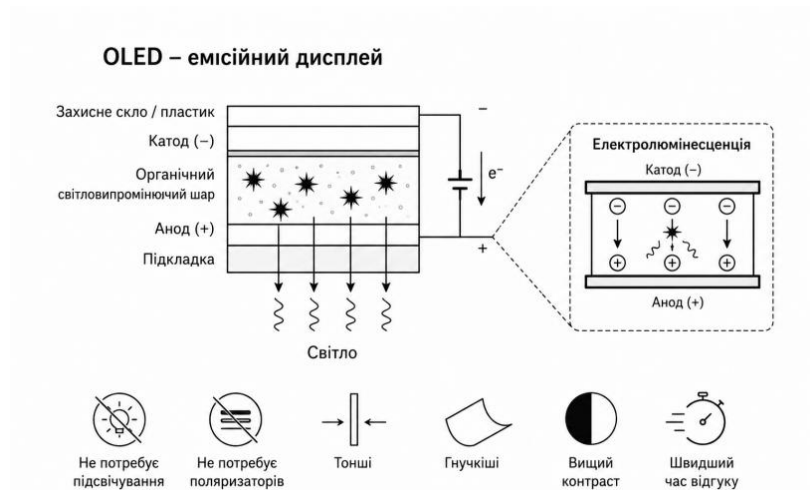
Робота пікселя ґрунтується на управлінні за допомогою електричного поля властивістю рідкокристалічних шарів.

Без електричного поля, рідкі кристали закручують поляризацію світла на 90 градусів. Світло, що пройшло через перший поляризатор (вертикальна поляризація), стає горизонтально поляризованим і повністю блокується другим поляризатором. Піксель виглядає чорним.

При подачі електричного поля, молекули рідких кристалів вирівнюються і не змінюють поляризацію світла. Вертикально поляризоване світло проходить через шар рідких кристалів без зміни поляризації і повністю блокується другим поляризатором.

Однак, у більшості сучасних LCD-дисплеїв (наприклад, IPS, VA) логіка роботи інша: при подачі напруги світло пропускається, а без напруги блокується. Це досягається різними конфігураціями рідких кристалів та поляризаторів. Для білого пікселя світло проходить через обидва поляризатори.

Кожен піксель LCD-дисплея складається з трьох субпікселів (червоного, зеленого, синього), інтенсивність яких контролюється окремо, що дозволяє відтворювати мільйони кольорів.



На відміну від LCD, OLED – дисплеї є емісійними, тобто кожен піксель сам випромінює світло. Це досягається за рахунок використання органічних матеріалів, які світяться при проходженні через них електричного

струму (електролюмінесценція). OLED-дисплеї не потребують підсвічування та поляризаторів для формування зображення, що дозволяє їм бути тоншими, гнучкішими, мати вищий контраст та швидший час відгуку.

Хоча поляризація не є фундаментальним принципом роботи OLED-пікселя, поляризаційні шари можуть використовуватися в OLED-дисплеях для зменшення відблисків від зовнішнього світла. Круговий поляризатор, розміщений перед екраном, може поглинати відбите зовнішнє світло, покращуючи контрастність зображення, особливо в яскравих умовах.

Поляризація світла є невід'ємною частиною сучасної фізики та інженерії, особливо в галузі цифрових систем. Розуміння того, як світло може бути поляризоване, як працюють поляризаційні фільтри та як ці принципи застосовуються в оптичних дисплеях, є базовим для студентів ІТ. Від базових принципів лінійної поляризації та закону Малюса до складних механізмів рідкокристалічних дисплеїв, поляризація світла є фундаментальним явищем, що

дозволяє створювати високотехнологічні пристрої, які ми використовуємо щодня. Подальший розвиток технологій, таких як 3D-дисплеї без окулярів або нові типи сенсорів, продовжуватиме спиратися на глибоке розуміння цих оптичних явищ.

MicroLED – нова технологія, яка використовує мікроскопічні неорганічні світлодіоди для кожного пікселя. Подібно до OLED, кожен піксель MicroLED випромінює власне світло, забезпечуючи ідеальний чорний, високу яскравість та довговічність. Ця технологія має потенціал замінити OLED у майбутньому, але поки що є дуже дорогою у виробництві.

6.5. Квантова природа світла та фізика лазерів

У попередніх розділах ми розглядали світло переважно як електромагнітну хвилю, що дозволило пояснити такі явища, як інтерференція, дифракція та поляризація. Однак, для розуміння взаємодії світла з матерією на мікроскопічному рівні, а також для пояснення роботи таких важливих технологій, як лазери, необхідно звернутися до квантової природи світла.

На початку XX століття стало зрозуміло, що хвильова теорія світла не може пояснити деякі експериментальні факти, зокрема випромінювання абсолютно чорного тіла та фотоелектричний ефект. Це призвело до розвитку квантової механіки та концепції квантів світла.

У 1900 році Макс Планк припустив, що енергія випромінюється та поглинається не безперервно, а дискретними порціями – квантами. У 1905 році Альберт Ейнштейн розширив цю ідею, постулювавши, що світло не тільки випромінюється та поглинається квантами, але й поширюється у вигляді дискретних частинок, які пізніше були названі фотонами. Енергія одного фотона E прямо пропорційна його частоті:

$$E = h\nu \quad (6.27)$$

де h – стала Планка, яка дорівнює $6.626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. Оскільки швидкість світла

$$c = \lambda \nu \quad (6.28)$$

де λ – довжина хвилі, цю формулу можна також записати як:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (6.29)$$

Ці формули є фундаментальними для розуміння квантової оптики. Вони показують, що світло з вищою частотою (меншою довжиною хвилі, наприклад, синє або ультрафіолетове) несе більшу енергію на один фотон, ніж світло з нижчою частотою (більшою довжиною хвилі, наприклад, червоне або інфрачервоне).

Фотоелектричний ефект – це явище випускання електронів речовиною під дією світла. Його неможливо було повністю пояснити в рамках класичної хвильової теорії світла, але він отримав повне пояснення завдяки квантовій гіпотезі Ейнштейна.

Фотоефект виникає лише тоді, коли частота падаючого світла перевищує певну мінімальну частоту (червону межу) ν_0 , характерну для даної речовини. Якщо $\nu < \nu_0$ фотоефект не спостерігається, незалежно від інтенсивності світла.

Електрони вилітають з поверхні металу практично миттєво після початку освітлення (затримка менше 10^{-9} с, навіть при дуже низькій інтенсивності світла).

Кількість фотоелектронів, що вилітають з поверхні за одиницю часу, прямо пропорційна інтенсивності падаючого світла.

Максимальна кінетична енергія фотоелектронів лінійно залежить від частоти світла і не залежить від його інтенсивності.

Ейнштейн пояснив фотоефект, припустивши, що кожен фотон передає всю свою енергію одному електрону. Частина цієї енергії йде на виконання роботи виходу $A_{\text{вих}}$, тобто на подолання сил, що утримують електрон у металі, а решта перетворюється на кінетичну енергію електрона K_{max} :

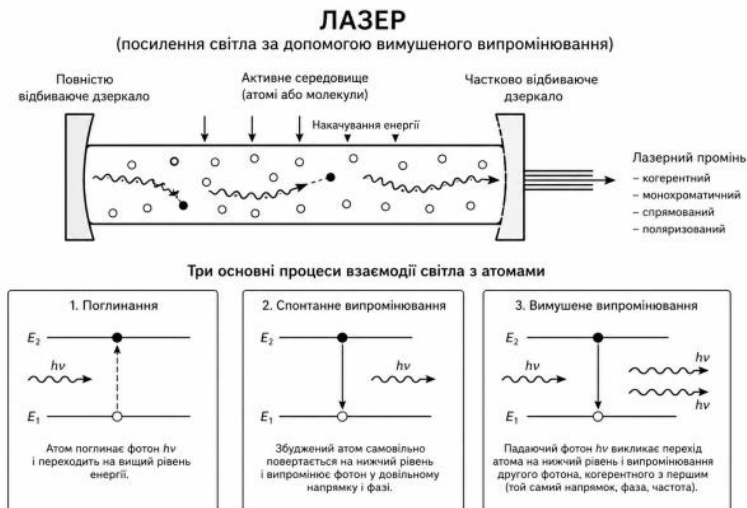
$$h\nu = A_{\text{вих}} + K_{\text{max}} \quad (6.30)$$

де $A_{\text{вих}} = h\nu_0$

Звідси максимальна кінетична енергія фотоелектронів:

$$K_{\max} = h\nu - A_{\text{вих}} = h(\nu - \nu_0) \quad (6.31)$$

Формула (6.31) дозволяє розрахувати максимальну кінетичну енергію електронів, що вилітають, і є фундаментальною для розуміння роботи фотодетекторів та сонячних елементів.



Лазер (від англ. Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation – посилення світла за допомогою вимушеного випромінювання) – це пристрій, який генерує когерентне, монохроматичне, спрямоване та поляризоване

світло. Робота лазера базується на трьох основних процесах взаємодії світла з атомами: поглинання, спонтанне випромінювання та вимушене випромінювання.

Поглинання (Absorption): Коли фотон з енергією $E = h\nu$ взаємодіє з атомом, який знаходиться в основному (нижчому) енергетичному стані E_1 , атом може поглинути цей фотон і перейти у збуджений (вищий) енергетичний стан E_2 , якщо $E_2 - E_1 = h\nu$. Цей процес зменшує інтенсивність світла.

Атом, що знаходиться у збудженому стані E_2 , може самовільно (спонтанно - Spontaneous Emission) перейти в нижчий енергетичний стан E_1 , випромінюючи фотон з енергією $h\nu = E_2 - E_1$. Напрямок, фаза та поляризація цього фотона є випадковими. Це джерело світла в звичайних лампах та світлодіодах.

Вимушене (стимульоване) випромінювання – це процес для роботи лазера, передбачений Ейнштейном у 1917 році. Якщо атом знаходиться у збудженому стані E_2 і на нього падає фотон з енергією $h\nu$ то цей фотон може вимусити атом перейти в нижчий стан E_1 , випромінюючи при цьому другий фотон. Важливо, що

випромінений фотон є ідентичним тому, що викликав випромінювання: він має ту ж енергію (частоту), напрямок поширення, фазу та поляризацію.

Цей процес призводить до посилення світла, оскільки один фотон перетворюється на два ідентичні фотони. Для того, щоб вимушене випромінювання домінувало над поглинанням, необхідно створити інверсну населеність.

У стані термодинамічної рівноваги більшість атомів перебувають в основному енергетичному стані. Для досягнення інверсної населеності (Population Inversion) необхідно, щоб кількість атомів у збудженому стані N_2 була більшою, ніж в основному стані N_1 :

$$N_2 > N_1 \quad (6.32)$$

Цей стан досягається за допомогою накачування (pumping) – процесу, який передає енергію (оптичну, електричну) атомам, переводячи їх у збуджений стан. Без інверсної населеності поглинання буде переважати над вимушеним випромінюванням, і посилення світла не відбудеться.

Для багаторазового посилення світла та забезпечення його когерентності використовується оптичний резонатор (Optical Resonator), який зазвичай складається з двох паралельних дзеркал. Одне з дзеркал є повністю відбиваючим, а інше – частково прозорим (вихідне дзеркало). Світло, що генерується вимушеним випромінюванням, багаторазово відбивається між дзеркалами, посилюючись при кожному проходженні через активне середовище. Частина цього світла виходить через напівпрозоре дзеркало, формуючи лазерний промінь.

Напівпровідникові лазери (або лазерні діоди) є найпоширенішим типом лазерів завдяки їхнім компактним розмірам, високій ефективності, низькій вартості та можливості прямої модуляції. Вони є основою для багатьох ІТ-технологій, включаючи волоконно-оптичні комунікації, оптичні накопичувачі (CD/DVD/Blu-ray), лазерні принтери та сенсори.

Напівпровідниковий лазер – це по суті р-п перехід, виготовлений з прямозонного напівпровідника (наприклад, GaAs, InP). Принцип роботи базується на рекомбінації електронів та дірок у р-п переході з випромінюванням фотонів.

Область р-п переходу виступає активним середовищем де відбувається рекомбінація носіїв заряду. При подачі прямої напруги на р-п перехід, електрони інжектуються з n-області в р-область, а дірки – з р-області в n-область. Це створює надлишкову концентрацію електронів у зоні провідності та дірок у валентній зоні, що призводить до інверсної населеності.

Коли електрон рекомбінує з діркою відбувається вимушене випромінювання, випромінюється фотон. Якщо цей фотон взаємодіє з іншим електроном у збудженому стані, він може викликати вимушене випромінювання другого фотона. Цей процес відбувається в активній області.

Торці напівпровідникового кристала зазвичай поліруються або покриваються діелектричними шарами утворюючи оптичний резонатор, утворюючи дзеркала Фабрі-Перо. Це забезпечує зворотний зв'язок для посилення світла.

Енергія випроміненого фотона визначається шириною забороненої зони напівпровідника E_g :

$$h\nu = E_g \quad (6.33)$$

Звідси довжина хвилі випромінювання:

$$\lambda = \frac{hc}{E_g} \quad (6.34)$$

Змінюючи склад напівпровідника, можна змінювати ширину забороненої зони і, відповідно, довжину хвилі випромінюваного світла, що дозволяє створювати лазери для різних застосувань (наприклад, 850 нм для локальних мереж, 1310 нм та 1550 нм для магістральних волоконно-оптичних ліній). Застосування напівпровідникові лазери отримали широке використання в ІТ.

Напівпровідникові лазери є основними джерелами світла для передачі даних по оптичних волокнах. Їхня здатність генерувати висококогерентне світло на певних довжинах хвиль дозволяє досягати високих швидкостей передачі даних на великі відстані.

CD, DVD та Blu-ray диски використовують лазерні діоди для читання та запису інформації. Різні довжини хвиль лазера дозволяють записувати дані з різною щільністю. Лазерні діоди використовуються для формування зображення на фотобарабані в лазерних принтерах та для сканування штрих-кодів.

У LiDAR (Light Detection and Ranging) напівпровідникові лазери випромінюють короткі імпульси світла, які використовуються для точного вимірювання відстаней та створення 3D-карт оточення. Деякі оптичні миші використовують лазерні діоди для більш точного відстеження руху.

Квантова природа світла, що проявляється у фотоелектричному ефекті та концепції фотонів, є фундаментальною для розуміння взаємодії світла з матерією. Ці принципи, у свою чергу, лежать в основі роботи лазерів – пристроїв, які революціонізували багато галузей науки і техніки, зокрема інформаційні технології. Розуміння вимушеного випромінювання, інверсної населеності та оптичного резонатора є головним для пояснення унікальних властивостей лазерного світла. Напівпровідникові лазери, завдяки своїй ефективності та компактності, стали невід'ємною частиною сучасних цифрових систем, забезпечуючи високошвидкісну передачу даних, точне сканування та передові сенсорні технології. Для студентів ІТ глибоке засвоєння цих квантових та лазерних фізичних принципів є необхідним для розробки та впровадження майбутніх інноваційних рішень.

Приклади розв'язування задач до розділу 6

Задача 1. Енергія фотона для магістральних мереж

Для передачі даних в одномодових оптичних волокнах найчастіше використовується довжина хвилі $\lambda=1550\text{нм}$. Обчисліть енергію одного фотона в

джоулях (Дж) та електрон-вольтах (eV). Використовуємо формулу Планка

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad \text{де } h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}, c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

```
# Константи
```

```
h <- 6.626e-34
```

```
c <- 3e8
```

```
lambda <- 1550e-9
```

```
# Розрахунок енергії в Дж
```

```
E_joules <- (h * c) / lambda
```

```
# Переведення в eV (1 eV = 1.602e-19 Дж)
```

```
E_ev <- E_joules / 1.602e-19
```

```
cat("Енергія фотона (Дж):", E_joules, "\n")
```

```
cat("Енергія фотона (eV):", E_ev, "\n")
```

Задача 2. Критичний кут повного внутрішнього відбиття

Оптичне волокно має серцевину з показником заломлення $n_1 = 1.48$ та оболонку з $n_2 = 1.46$. Обчисліть критичний кут θ_c за якого світло почне повністю

відбиватися всередину серцевини. Використовуємо формулу $\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$.

```
n1 <- 1.48
```

```
n2 <- 1.46
```

```
# Кут у радіанах, потім переведення у градуси
```

```
theta_c_rad <- asin(n2/n1)
```

```
theta_c_deg <- theta_c_rad * (180 / pi)
```

```
cat("Критичний кут (градуси):", theta_c_deg, "\n")
```

Задача 3. Дистанція в системі LiDAR (ToF)

Система LiDAR випромінює імпульс, який повертається до приймача через $\Delta t = 250\text{нс}$. Розрахуйте відстань D до об'єкта. Використовуємо формулу

$$D = \frac{c \cdot \Delta t}{2}, \text{ де } c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

```
c <- 3e8
delta_t <- 250e-9 # 250 наносекунд
distance <- (c * delta_t) / 2
cat("Відстань до об'єкта (м):", distance, "\n")
```

Задача 4. Затухання сигналу в лінії зв'язку

Вхідна потужність сигналу становить $P_{in} = 5 \text{ мВт}$. Через $L = 60\text{км}$ волокна вихідна потужність впала до $P_{out} = 0.5\text{мВт}$. Знайдіть коефіцієнт затухання α в дБ/км. Спочатку шукаємо загальні втрати $L_{\text{дБ}} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{in}}{P_{out}} \right)$, а потім $\alpha = L_{\text{дБ}} / L$.

```
p_in <- 5
p_out <- 0.5
L_km <- 60
# Загальні втрати в дБ
loss_db <- 10 * log10(p_in / p_out)
# Коефіцієнт затухання
alpha <- loss_db / L_km
cat("Коефіцієнт затухання (дБ/км):", alpha, "\n")
```

Задача 5. Модова дисперсія в багатомодовому волокні

Обчисліть розширення імпульсу $\Delta \tau_{\text{mod}}$ через модову дисперсію в багатомодовому волокні довжиною $L = 5\text{км}$, якщо $n_1 = 1.47$ та $n_2 = 1.45$.

Використовуємо наближену формулу $\Delta \tau_{\text{mod}} \approx \left(\frac{L \cdot n_1}{c} \right) \cdot \left(\frac{n_1 - n_2}{n_2} \right)$.

```
L <- 5000 # метри
n1 <- 1.47
```

```

n2 <- 1.45
c <- 3e8
delta_tau <- (L * n1 / c) * ((n1 - n2) / n2)
cat("Розширення імпульсу (секунди):", delta_tau, "\n")
cat("Розширення імпульсу (нс):", delta_tau * 1e9, "\n")

```

Задача 6. Хроматична дисперсія та швидкість передачі

Коефіцієнт хроматичної дисперсії волокна $D_c = 17$ пс/(нм·км). Довжина лінії $L=100$ км, а спектральна ширина джерела $\Delta\lambda = 2$ нм. Обчисліть розширення

імпульсу $\Delta\tau_{\text{хром}}$. Формула: $\Delta\tau_{\text{хром}} = D_c \cdot L \cdot \Delta\lambda$.

```

Dc <- 17 # пс/(нм*км)
L_km <- 100
delta_lambda <- 2 # нм

delta_tau_ps <- Dc * L_km * delta_lambda
cat("Хроматичне розширення (пс):", delta_tau_ps, "\n")

```

Задача 7. Співвідношення сигнал/шум (SNR)

Потужність корисного сигналу $P_{\text{signal}}=2$ мВт, а потужність шуму $P_{\text{noise}}=4$ мкВт.

Виразіть SNR у децибелах.

$$SNR_{\text{дБ}} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}} \right)$$

```

p_signal <- 2e-3 # 2 мВт
p_noise <- 4e-6 # 4 мкВт

snr_db <- 10 * log10(p_signal / p_noise)
cat("SNR (дБ):", snr_db, "\n")

```

Задача 8. Керування яскравістю пікселя (Закон Малюса)

В LCD-дисплеї інтенсивність підсвічування після першого поляризатора становить $I_0=300\text{кд/м}^2$. На який кут θ має повернутися площина поляризації (за допомогою рідких кристалів), щоб інтенсивність на виході стала $I=75\text{кд/м}^2$?

$$\theta = \arccos\left(\sqrt{\frac{I}{I_0}}\right)$$

Згідно із законом Малюса $I=I_0\cos^2\theta$. Отже,

```
I0 <- 300
```

```
I <- 75
```

```
# Кут у радіанах
```

```
theta_rad <- acos(sqrt(I / I0))
```

```
# У градуси
```

```
theta_deg <- theta_rad * (180 / pi)
```

```
cat("Необхідний кут повороту (градуси):", theta_deg, "\n")
```

Задача 9. Дифракційна ґратка в WDM-системах

Для розділення каналів використовується дифракційна ґратка з періодом $d=2\text{мкм}$. Під яким кутом θ буде спостерігатися максимум першого порядку ($m=1$) для сигналу з довжиною хвилі $\lambda=1550\text{нм}$? Використовуємо рівняння ґратки $d\sin\theta = m\lambda$.

```
d <- 2e-6 # 2 мкм
```

```
m <- 1
```

```
lambda <- 1550e-9
```

```
theta_rad <- asin((m * lambda) / d)
```

```
theta_deg <- theta_rad * (180 / pi)
```

```
cat("Кут дифракції (градуси):", theta_deg, "\n")
```

Задача 10. Параметри напівпровідникового лазера

Напівпровідниковий лазер виготовлений із матеріалу з шириною забороненої зони $E_g=0.8\text{eV}$. Визначте довжину хвилі λ випромінювання цього лазера. $\lambda = hcE_g$. Потрібно перевести E_g з eV у Джоулі.

```
h <- 6.626e-34
c <- 3e8
Eg_ev <- 0.8
Eg_joules <- Eg_ev * 1.602e-19
lambda <- (h * c) / Eg_joules
cat("Довжина хвилі (м):", lambda, "\n")
cat("Довжина хвилі (нм):", lambda * 1e9, "\n")
```

Задача 11. Обчислення вектора Пойнтінга (Векторний аналіз)

Електромагнітна хвиля поширюється у вакуумі. В певний момент часу вектор напруженості електричного поля $E=8\text{В/м}$, а вектор магнітної індукції $B=[0, 1.67 \cdot 10^{-6}, 0]$ Тл. Обчисліть вектор Пойнтінга S , який визначає напрямок та

інтенсивність перенесення енергії.
$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{E} \times \mathbf{B})$$
, де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$.

```
# Константи та вектори
mu0 <- 4 * pi * 1e-7
E <- c(500, 0, 0)
B <- c(0, 1.67e-6, 0)

# Функція векторного добутку (Cross product)
cross_product <- function(a, b) {
  c(a*b - a*b, a*b - a*b, a*b - a*b)
}

# Розрахунок вектора Пойнтінга
S <- (1/mu0) * cross_product(E, B)
cat("Вектор Пойнтінга S (Вт/м^2):", S, "\n")
cat("Інтенсивність (величина S):", sqrt(sum(S^2)), "Вт/м^2\n")
```

Задача 12. Візуалізація інтерференційної картини (Дослід Юнга)

Змодельуйте розподіл інтенсивності світла на екрані для двох щілин (дослід Юнга). Відстань між щілинами $d=0.5\text{мм}$, відстань до екрана $L=2\text{м}$, довжина хвилі

$\lambda=633\text{нм}$ (червоний лазер). Інтенсивність $I(y) = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi dy}{\lambda L} \right)$, де y – координата на екрані.

```
library(ggplot2)
# Параметри
lambda <- 633e-9
d <- 0.5e-3
L <- 2
y <- seq(-0.01, 0.01, length.out = 1000) # 2 см екрана
# Розрахунок інтенсивності
intensity <- (cos((pi * d * y) / (lambda * L)))^2
# Візуалізація
df <- data.frame(y = y * 1000, I = intensity) # y в мм
ggplot(df, aes(x = y, y = I)) +
  geom_line(color = "red") +
  labs(title = "Розподіл інтенсивності інтерференції", x = "y (мм)", y =
"Відносна інтенсивність") +
  theme_minimal()
```

Задача 13. Генерація 2D хмари точок LiDAR

Умова: LiDAR сканує простір у секторі 180 градусів. Отримано вектор часових затримок Δt для 5 точок: нс. Кути сканування відповідно: градусів.

Перетворіть ці дані у вектори координат (x, y) для побудови карти. $D = \frac{c \cdot \Delta t}{2}$
 $y = D \sin \theta$.

```
c <- 3e8
dt <- c(100, 150, 200, 150, 100) * 1e-9
```

```

theta_deg <- c(0, 45, 90, 135, 180)
theta_rad <- theta_deg * pi / 180
# Вектор відстаней
D <- (c * dt) / 2
# Вектори координат
x <- D * cos(theta_rad)
y <- D * sin(theta_rad)
# Візуалізація об'єктів
plot(x, y, pch = 19, col = "blue", asp = 1, main = "2D LiDAR Scan")
grid()

```

Задача 14. Графік залежності BER від SNR (Якість цифрового каналу)

Побудуйте графік залежності коефіцієнта бітових помилок (BER) від співвідношення сигнал/шум (SNR) для оптичного каналу з модуляцією BPSK.

Фізична основа: $BER = Q(\sqrt{2 \cdot SNR})$ де $Q(x)$ – функція хвоста нормального розподілу.

```

# SNR в децибелах від 0 до 15
snr_db <- seq(0, 15, length.out = 100)
# Переведення SNR з дБ у лінійний масштаб
snr_linear <- 10^(snr_db / 10)
# Розрахунок BER через функцію pnorm (Q-функція)
ber <- pnorm(sqrt(2 * snr_linear), lower.tail = FALSE)
# Візуалізація (логарифмічна шкала для BER)
df_ber <- data.frame(snr = snr_db, ber = ber)
ggplot(df_ber, aes(x = snr, y = ber)) +
  geom_line(size = 1, color = "darkgreen") +
  scale_y_log10() +
  labs(title = "Залежність BER від SNR", x = "SNR (дБ)", y = "BER (log scale)")

```

+

theme_bw()

Задача 15. Моделювання поляризаційного фільтра (Полярний графік)

Візуалізуйте зміну інтенсивності світла, що проходить через поляризатор, при його обертанні на 360 градусів. Початкова інтенсивність $I_0=1$. Фізична основа: Закон Малюса $I=I_0\cos^2\theta$.

```
# Вектор кутів від 0 до 2*pi
theta <- seq(0, 2 * pi, length.out = 200)
# Розрахунок інтенсивності
I <- (cos(theta))^2
# Візуалізація у полярних координатах
df_pol <- data.frame(theta = theta, I = I)
ggplot(df_pol, aes(x = theta, y = I)) +
  geom_line(color = "blue") +
  coord_polar() +
  labs(title = "Закон Малюса: Інтенсивність vs Кут поляризатора") +
  theme_light()
```

Ці задачі дозволяють студентам побачити, як фізичні явища (поляризація, інтерференція, робота LiDAR) перетворюються на алгоритми обробки даних та візуальні звіти, що має першочергове значення для бакалаврів ІТ.

Інтегровані задачі до розділу 6

Задача 1. Енергетичні характеристики оптичних каналів

В сучасних ІТ-мережах для передачі даних використовують різні спектральні діапазони. Енергія одиничного фотона визначає вибір матеріалів для фотодетекторів. Використовуються дві стандартні довжини хвилі: $\lambda_1=1550\text{nm}$ (магістральні лінії) та $\lambda_2 = 850\text{nm}$ (локальні мережі). Стала Планка $h=6,626\cdot 10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$.

³⁴Дж·с, швидкість світла $c=3 \cdot 10^8$ м/с. Розрахуйте енергію фотона (у джоулях) для обох довжин хвиль. Визначте частоту ν для кожного випадку.

Задача 2. Умова повного внутрішнього відбиття у волокні

Світло утримується всередині оптичного волокна завдяки повному внутрішньому відбиттю на межі серцевини та оболонки. Показник заломлення серцевини $n_1=1,48$, показник заломлення оболонки $n_2=1,46$.

1. Обчисліть критичний кут падіння θ_c , при якому світло почне повністю відбиватися назад у серцевину.
2. Визначте швидкість світла v всередині серцевини волокна.

Задача 3. Дистанційне зондування (LiDAR)

Система LiDAR вимірює відстань до об'єкта, аналізуючи час проходження лазерного імпульсу туди й назад (метод Time-of-Flight). Затримка сигналу між випромінюванням та детектуванням становить $\Delta t=160$ наносекунд. Обчисліть відстань D до об'єкта, використовуючи принцип постійності швидкості світла.

Задача 4. Затухання сигналу в магістральній лінії

Під час поширення по волокну інтенсивність світла зменшується через поглинання та розсіювання. Довжина волоконно-оптичної лінії $L=80$ км. Потужність сигналу на вході $P_{\text{вхід}}=10$ мВт, на виході – $P_{\text{вихід}}=0,5$ мВт. Розрахуйте загальні втрати сигналу в децибелах (дБ). Визначте коефіцієнт затухання волокна α в дБ/км.

Задача 5. Модова дисперсія та пропускна здатність

У багатомодових волокнах різні моди світла поширюються з різною швидкістю, що призводить до розширення імпульсу та обмеження швидкості передачі даних. Довжина волокна $L=2$ км, показники заломлення $n_1=1,47$ та $n_2=1,45$. Обчисліть час затримки $\Delta \tau_{\text{мод}}$ між найшвидшою та найповільнішою модою (розширення імпульсу).

Задача 6. Тепловий шум фотодетектора

Випадковий тепловий рух електронів у приймальному обладнанні створює шум, який маскує корисний сигнал. Температура обладнання $T = 300 \text{ K}$ (кімнатна), смуга пропускання системи $B=10\text{ГГц}$ (10^{10}Гц , стала Больцмана $k_B=1,38\cdot 10^{-23}\text{Дж/К}$). Обчисліть потужність теплового шуму P_T .

Задача 7. Співвідношення сигнал/шум (SNR)

Якість передачі цифрових даних залежить від того, наскільки потужність корисного сигналу перевищує потужність шумів. Потужність корисного сигналу $P_{\text{сигналу}}=1 \text{ мВт}$, сумарна потужність шумів у каналі $P_{\text{шуму}}= 2\text{мкВт}$. Обчисліть значення SNR у децибелах (дБ).

Задача 8. Керування інтенсивністю в LCD-пікселі

Робота LCD-дисплеїв базується на законі Малюса: зміна кута між віссю поляризатора та площиною поляризації світла змінює яскравість пікселя. Початкова інтенсивність поляризованого світла $I_0 = 250 \text{ кд/м}^2$. Рідкі кристали повернули площину поляризації на кут $\theta=30^\circ$ відносно осі другого поляризатора. Обчисліть інтенсивність світла I на виході з пікселя.

Задача 9. Спектральне мультиплексування (WDM)

Для розділення каналів за довжинами хвиль використовують дифракційні ґратки, де кожна довжина хвилі відхиляється під своїм кутом. Період дифракційної ґратки $d=2\text{мкм}$ ($2\cdot 10^{-6}\text{м}$). Спостерігається максимум першого порядку $m=1$. Визначте кут дифракції θ для двох каналів: $\lambda_1 = 1530\text{нм}$ та $\lambda_2=1550\text{нм}$. На скільки градусів розійдуться ці два сигнали?

Задача 10. Характеристики напівпровідникового лазера

Довжина хвилі випромінювання лазерного діода залежить від ширини забороненої зони напівпровідникового матеріалу E_g . Використовується

напівпровідник із шириною забороненої зони $E_g = 0,8 \text{ eV}$. (Примітка: $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$). Переведіть значення E_g у джоулі. Обчисліть довжину хвилі λ випромінювання цього лазера.

Контрольні питання до розділу 6

1. Що вивчає фотоніка як галузь науки та чим вона відрізняється від традиційної електроніки?
2. Поясніть дуалізм світла. Які характеристики воно має як хвиля, а які – як квант енергії (фотон)?
3. Як розраховується енергія фотона? Напишіть формулу Планка та поясніть залежність енергії від частоти.
4. Сформулюйте закон Снелла. Яку роль показник заломлення відіграє в роботі оптичних систем?
5. Яке фундаментальне значення мають рівняння Максвелла для теорії світла?
6. Чому швидкість світла в середовищі завжди менша, ніж у вакуумі? Наведіть формулу зв'язку швидкості світла з показником заломлення.
7. Що таке поляризація світла? Опишіть різницю між лінійною, круговою та еліптичною поляризацією.
8. Сформулюйте закон Брюстера. За якої умови відбите світло стає повністю лінійно поляризованим?
9. Що описує вектор Пойнтінга? В яких одиницях вимірюється інтенсивність електромагнітної хвилі?
10. Поясніть фізичний принцип повного внутрішнього відбиття (TIR). Як він забезпечує утримання світла в серцевині волокна?
11. Що таке критичний кут у контексті волоконної оптики? Як він залежить від показників заломлення серцевини та оболонки?

12. Які переваги мають оптичні волокна над мідними кабелями в контексті пропускну́ї здатності та енергоефективності?
13. Опишіть типи дисперсії в оптичному волокні. Чим хроматична дисперсія відрізняється від модової?
14. Як дисперсія впливає на швидкість передачі даних? Поясніть поняття міжсимвольної інтерференції (ISI).
15. Які основні фізичні чинники викликають згасання (attenuation) сигналу у волокні?
16. У чому полягає різниця між тепловим шумом та дробовим шумом (Shot Noise) у фотодетекторах?
17. Що таке ASE-шум і де він виникає?
18. Поясніть зв'язок між співвідношенням сигнал/шум (SNR) та коефіцієнтом бітових помилок (BER). Чому це важливо для надійності ІТ-систем?
19. Які умови необхідні для спостереження стійкої інтерференційної картини? Дайте визначення когерентності.
20. Як працює дифракційна ґратка? Чому вона є незамінною для спектрального аналізу сигналів?
21. Опишіть принцип роботи LCD-пікселя. Яку роль у ньому відіграють рідкі кристали та поляризаційні фільтри?
22. Сформулюйте закон Малюса. Як він використовується для керування яскравістю в сучасних моніторах?
23. У чому полягає принципова відмінність між LCD та OLED дисплеями з точки зору випромінювання світла?
24. Як працює LiDAR за принципом Time-of-Flight (ToF)? Наведіть формулу для розрахунку відстані.
25. У чому перевага FMCW LiDAR над традиційними імпульсними системами?
26. Опишіть фізичну суть фотоелектричного ефекту. Як рівняння Ейнштейна пояснює кінетичну енергію вибитих електронів?

27. Чим вимушене (стимульоване) випромінювання відрізняється від спонтанного? Чому воно є основою роботи лазера?

28. Що таке інверсна населеність і чому її неможливо досягти без зовнішнього "накачування"?

29. Чому напівпровідникові лазери є ідеальними для використання в ІТ-інфраструктурі? Назвіть сфери їх застосування.

30. Поясніть концепцію оптичних нейронних мереж (ONN). Як фізика світла дозволяє прискорити обчислення штучного інтелекту?

РОЗДІЛ 7. ФІЗИКА ВИМІРЮВАНЬ ТА СЕНСОРІВ

У сучасному світі, де дані є новою нафтою, здатність точно вимірювати фізичні величини та перетворювати їх на цифрову інформацію є одним із найважливіших аспектів. Фізика вимірювань та сенсорів лежить в основі збору даних для автоматизації, моніторингу та прийняття рішень у широкому спектрі галузей, від промисловості до Інтернету речей (IoT).

7.1. Аналогові та цифрові сигнали

Уявіть собі світ навколо нас. Він сповнений інформації: звуки, світло, температура, тиск, рух. Вся ця інформація передається через аналогові сигнали.

Сигнал – це фізичний процес, що несе інформацію. Розрізняють два основні типи сигналів: аналогові та цифрові.

Аналоговий сигнал – це неперервний сигнал, який може приймати будь-яке значення в певному діапазоні. Його амплітуда, частота або фаза змінюються плавно і пропорційно до змін фізичної величини, яку він представляє. Прикладами аналогових сигналів є звук (коливання тиску повітря), світло (електромагнітні хвилі), температура або напруга в електричному колі. Основною характеристикою аналогових сигналів є їхня безперервність у часі та за значенням.

Коли ви говорите, ваші голосові зв'язки створюють коливання тиску повітря. Ці коливання поширюються як звукові хвилі. Мікрофон перетворює ці зміни тиску на аналоговий електричний сигнал – неперервні зміни напруги або струму. Чим голосніше звук, тим більша амплітуда коливань тиску і, відповідно, амплітуда електричного сигналу.

Температура повітря змінюється плавно протягом дня. Термометр зі стовпчиком ртуті показує аналогове значення температури, оскільки висота стовпчика ртуті може бути будь-якою в межах шкали.

Інтенсивність світла, що потрапляє на фотосенсор, також є аналоговою величиною, яка плавно змінюється. Неперервна мова природи це аналогові сигнали.

Цифровий сигнал – це дискретний сигнал, який може приймати лише обмежену кількість фіксованих значень, зазвичай представлених у двійковому коді (0 або 1). На відміну від аналогових, цифрові сигнали є переривчастими як у часі, так і за значенням. Це означає, що вони представлені послідовністю числових значень, які приймають лише кінцевий набір можливих значень і існують лише в певні моменти часу.

Щоб перетворити аналоговий сигнал на цифровий, ми виконуємо два фізичні процеси:

1Дискретизація (Sampling). Уявіть, що ви знімаєте відео. Ви не записуєте весь неперервний рух, а робите серію окремих фотографій (кадрів) через рівні проміжки часу. Так само, при дискретизації, ми вимірюємо амплітуду аналогового сигналу через рівні, дуже короткі проміжки часу. Кожне таке вимірювання називається відліком. Фізично це робиться за допомогою спеціальних електронних схем, які "знімають" миттєве значення напруги в певний момент.

2Квантування (Quantization). Після того, як ми отримали відліки, їхні амплітуди все ще можуть бути будь-якими. Квантування – це процес округлення цих відліків до найближчого дозволеного рівня з обмеженого набору. Уявіть, що у вас є палітра лише з 256 кольорів. Якщо ви хочете намалювати картину, ви повинні вибрати найближчий колір з палітри для кожного відтінку. Так само, при квантуванні, ми призначаємо кожному відліку одне з фіксованих числових значень. Кількість цих значень (рівнів квантування) залежить від кількості бітів, які ми використовуємо для представлення сигналу (наприклад, 8 бітів дають $2^8 = 256$ рівнів). Чим більше бітів, тим точніше цифровий сигнал відображає аналоговий.

Пристрій, який виконує ці два процеси, називається аналогово-цифровим перетворювачем (АЦП). Він бере неперервний аналоговий сигнал і перетворює

його на послідовність двійкових чисел, які потім можуть бути збережені, передані або оброблені комп'ютером. Наприклад, коли ви записуєте свій голос на смартфон, АЦП всередині телефону перетворює аналоговий електричний сигнал з мікрофона на цифрові дані.

Цифро-аналогове перетворення (ЦАП) це зворотний процес, який перетворює цифровий сигнал назад в аналоговий. ЦАП бере дискретні цифрові значення і генерує відповідний аналоговий сигнал, який потім зазвичай згладжується за допомогою фільтра низьких частот для відновлення неперервної форми.

Інші типи перетворень включають модуляцію (зміна властивостей несучої хвилі для передачі інформації), демодуляцію (виділення інформації з модульованого сигналу), а також різні види фільтрації та спектрального аналізу.

Таблиця 7.1.

Характеристики аналогових і цифрових способів передачі даних

Характеристика	Аналоговий сигнал	Цифровий сигнал
Природа	Неперервний	Дискретний
Значення	Будь-яке значення в діапазоні	Обмежена кількість фіксованих значень (0, 1)
Стійкість до шуму	Низька (шум легко спотворює сигнал)	Висока (легко відновити оригінальний сигнал)
Зберігання/ Обробка	Складніше, схильний до втрати якості	Легше, висока точність та відтворюваність
Приклади	Звук, світло, температура, радіохвилі	Дані комп'ютера, CD-аудіо, MP3, цифрове відео

7.2. Періодичні процеси

Багато явищ у природі та техніці мають повторюваний характер. Такі явища називаються періодичними процесами. Періодичний процес – це процес, який повторюється через рівні проміжки часу. Найпростішим прикладом періодичного процесу є коливання маятника або обертання колеса. Електрика у вашій розетці – це змінний струм, який періодично змінює свій напрямок і величину (в Україні з частотою 50 Гц, тобто 50 разів на секунду). Хвилі, що передають радіосигнали, також є періодичними електромагнітними коливаннями.

Найпростішим і найважливішим періодичним сигналом є синусоїдальний сигнал (або гармонічне коливання). Це "будівельний блок" для багатьох інших періодичних сигналів, оскільки, як ми побачимо далі, будь-який складний періодичний сигнал можна розкласти на суму простих синусоїдальних сигналів різної частоти, амплітуди та фази. Синусоїдальний сигнал може бути описаний рівнянням:

$$A \sin(2\pi ft + \varphi),$$

де:

A – амплітуда

f – частота

t – час

φ – фаза

Частота, амплітуда, фаза це три кити, на яких тримається сигнал.

Період (T) – це найменший проміжок часу, через який процес повністю повторюється. Вимірюється в секундах (с).

Частота (f) – це кількість повторень процесу за одиницю часу. Вона є оберненою величиною до періоду: $f = 1/T$. Вимірюється в герцах (Гц), де 1 Гц = 1 повторення за секунду.

Амплітуда – це максимальне відхилення або інтенсивність сигналу від його середнього або нульового значення. Вона характеризує величину зміни сигналу.

Ці три параметри є основними характеристиками періодичних сигналів, особливо синусоїдальних, які є фундаментальними для аналізу багатьох складних сигналів.

Частота (f): Як вже згадувалося, частота визначає, скільки разів сигнал повторює свій повний цикл за одну секунду. Одиниця вимірювання – Герц (Гц). Висока частота означає швидкі коливання, низька – повільні. Наприклад, людське вухо сприймає звуки в діапазоні приблизно від 20 Гц до 20 000 Гц.

Амплітуда (A) – це максимальне значення або інтенсивність сигналу від його нульового або середнього рівня. Вона визначає «силу» або «гучність» сигналу. Для електричних сигналів амплітуда може вимірюватися у вольтах, для звукових – у паскалях (тиск) або децибелах. Зміна амплітуди сигналу дозволяє передавати інформацію, наприклад, у амплітудній модуляції (АМ).

Фаза (ϕ) описує початковий стан коливання сигналу в певний момент часу (зазвичай $t=0$) відносно деякої опорної точки. Вона вимірюється в кутових одиницях (радіанах або градусах). Фаза показує, наскільки сигнал зміщений у часі відносно іншого сигналу або відносно початку свого власного циклу. Різниця фаз між двома сигналами однієї частоти може вказувати на їхнє взаємне розташування в часі. Наприклад, якщо два сигнали знаходяться в протифазі (різниця фаз 180°), то коли один досягає максимуму, інший досягає мінімуму.

Коли дві хвилі зустрічаються, їхня взаємодія (інтерференція) сильно залежить від їхніх фаз. Якщо фази збігаються, хвилі посилюють одна одну; якщо вони протилежні (зсув на 180 градусів), вони можуть гасити одна одну.

У колах змінного струму фазовий зсув між напругою та струмом вказує на наявність реактивних елементів (конденсаторів, індуктивностей) і впливає на споживану потужність.

7.3. Перетворення сигналів

На практиці ми часто зустрічаємось із перетворення сигналів. Перетворення – це будь-які операції, що змінюють характеристики сигналу. Ці зміни

відбуваються фізично, коли сигнал взаємодіє з навколишнім середовищем або проходить через електронні пристрої.

Розглянемо основні типи перетворень.

Зсув по часу (Time Shift)

Сигнал просто затримується або прискорюється в часі. Це відбувається, коли сигнал проходить певну відстань (наприклад, звук доходить до вас пізніше, ніж був вироблений, через кінцеву швидкість звуку), або коли він проходить через електронний компонент, який вносить затримку (наприклад, буфер пам'яті). Наприклад ехо – це звуковий сигнал, який зазнав затримки в часі, відбившись від перешкоди.

Зсув по амплітуді (Amplitude Shift / DC Offset)

До всіх значень амплітуди сигналу додається постійна величина. Це схоже на те, як ви піднімаєте або опускаєте весь графік сигналу. Наприклад якщо у вас є змінна напруга (аналоговий сигнал), і ви додаєте до неї постійну напругу, весь сигнал зміщується вгору або вниз відносно нульового рівня. Це може бути використано для встановлення робочої точки транзистора.

Масштабування амплітуди (Amplitude Scaling)

Амплітуда сигналу множиться на певну константу. Це призводить до збільшення (посилення) або зменшення (послаблення) "сили" сигналу. Прикладом такого процесу є робота підсилювача (наприклад, у вашій аудіосистемі) бере слабкий електричний сигнал і збільшує його амплітуду, використовуючи енергію від джерела живлення. Атенюатор (регулятор гучності) зменшує амплітуду сигналу. Важливо розуміти, що підсилювач не створює енергію з нічого, а перетворює енергію джерела живлення в енергію сигналу.

Масштабування по часу (Time Scaling)

Сигнал стискається або розтягується вздовж осі часу. Це змінює його тривалість і, відповідно, частоту. Прикладом може бути процедура коли виконується прискорюєте відтворення аудіозапису, у цьому випадку сигнал стискається по часу, і його частота збільшується (голос стає вищим). У фізиці це явище спостерігається як ефект Доплера, коли частота хвилі змінюється залежно

від відносного руху джерела та приймача (наприклад, зміна тону сирени швидкої допомоги, що проїжджає повз вас).

7.3.1. Основи перетворення Фур'є

Перетворення Фур'є – це потужний математичний інструмент, який дозволяє розкласти будь-який складний сигнал (за умови, що він задовольняє певним умовам) на суму простих синусоїдальних і косинусоїдальних хвиль різної амплітуди, частоти та фази. Уявіть, що ви слухаєте музичний акорд. Ваше вухо чує його як єдине ціле, але насправді він складається з кількох окремих нот (різних частот), що звучать одночасно. Перетворення Фур'є робить те саме для сигналу: воно розкладає його на сукупність простих синусоїдальних (гармонічних) складових різної частоти, амплітуди та фази. Це означає, що сигнал, який представлений у часовій області (як амплітуда змінюється з часом), може бути представлений у частотній області (як амплітуда різних частотних компонентів).

Будь-який складний періодичний сигнал можна розглядати як суму гармонічних коливань (синусоїд і косинусоїд) з різними частотами, амплітудами та фазами. Перетворення Фур'є дозволяє знайти ці складові. Замість графіка "амплітуда від часу" ми отримуємо графік "амплітуда від частоти" (так званий спектр) де ми бачимо, які частоти присутні в сигналі і наскільки вони інтенсивні. У частотній області стає очевидним, які "ноти" (частотні компоненти) присутні в сигналі та з якою "гучністю" (амплітудою).

Перетворення Фур'є має значення в багатьох випадках, таких як обробка сигналів, фільтрація, стиснення даних, та інших.

Обробка сигналів здійснюється за аналізом частотного складу звуку, зображень, радіосигналів. Проведення спектрального аналізу світла дозволяє визначити хімічний склад речовини за її спектром випромінювання або поглинання.

Фільтрація проводиться з метою видалення небажаних частотних компонентів (шуму) із сигналу. Стиснення даних дозволяє використовувати лише найважливіші частотні компоненти для зменшення обсягу даних (наприклад, у JPEG, MP3). В медицині при проведенні аналізу даних ЕКГ, ЕЕГ.

Швидке перетворення Фур'є (ШПФ, FFT) це ефективний алгоритм для обчислення дискретного перетворення Фур'є (ДПФ), який значно прискорює процес аналізу сигналів у цифровій формі. ШПФ є основою для багатьох сучасних технологій обробки сигналів. Людське вухо та мозок виконують свого роду перетворення Фур'є в реальному часі, дозволяючи нам розрізняти різні звуки та їхні складові.

7.3.2. Шум і фільтрація сигналів

У реальних системах сигнали майже завжди супроводжуються шумом. Шум – це небажані випадкові коливання, які спотворюють корисний сигнал і ускладнюють виділення інформації. Джерела шуму можуть бути різними: тепловий шум в електроніці, атмосферні перешкоди, перехресні наведення від інших сигналів тощо.

Шум знижує якість сигналу, зменшує точність вимірювань, може призвести до помилок при передачі даних і ускладнює інтерпретацію інформації. Шум є невід'ємною частиною будь-якої фізичної системи і може виникати з різних джерел.

1. Тепловий шум (шум Джонсона-Найквіста)

Це фундаментальний шум, який виникає через випадковий тепловий рух електронів у провідниках та напівпровідниках. Він присутній у всіх електронних компонентах при температурі вище абсолютного нуля. Чим вища температура, тим інтенсивніший рух електронів і, відповідно, більший шум. Його неможливо повністю усунути, можна лише зменшити, охолоджуючи компоненти.

2. Дробовий шум (Shot Noise).

Виникає через дискретну природу електричного заряду (електронів). Коли електрони проходять через потенційний бар'єр (наприклад, у діодах, транзисторах), вони роблять це не суцільним потоком, а окремими "порціями" (дробинками). Ця випадковість у часі приходу електронів створює шум.

3. Флікер-шум ($1/f$ шум).

Його потужність обернено пропорційна частоті (чим нижча частота, тим більший шум). Природа цього шуму складна і до кінця не вивчена, але він присутній у багатьох електронних пристроях та природних явищах (наприклад, у біологічних системах).

4. Зовнішні перешкоди.

Це шум, що надходить ззовні системи: електромагнітні поля від інших пристроїв (мобільних телефонів, комп'ютерів), радіопередачі, атмосферні явища (блискавки), шум від мережі живлення (50/60 Гц).

Фільтрація сигналів – це процес видалення або зменшення небажаних частотних компонентів (шуму) із сигналу, зберігаючи при цьому корисну інформацію.

Аналогові фільтри реалізуються за допомогою електронних схем, що містять пасивні елементи: резистори (R), конденсатори (C) та індуктивності (L). Ці елементи по-різному реагують на сигнали різних частот.

Конденсатори пропускають високочастотні сигнали і блокують низькочастотні (або постійний струм). Фізично це відбувається тому, що для високих частот конденсатор має низький реактивний опір, а для низьких – високий.

Індуктивності пропускають низькочастотні сигнали і блокують високочастотні. Фізично це пов'язано з тим, що індуктивність протидіє швидким змінам струму, тобто високим частотам.

Комбінуючи R, C, L, можна створити фільтри, які пропускають або блокують певні діапазони частот.

Основні типи фільтрів за частотною характеристикою:

- Фільтр низьких частот (ФНЧ, Low-Pass Filter) пропускає низькі частоти і послаблює високі. Використовується для згладжування сигналів або видалення високочастотного шуму.

- Фільтр високих частот (ФВЧ, High-Pass Filter) пропускає високі частоти і послаблює низькі. Використовується для видалення повільних дрейфів або низькочастотних перешкод.

- Смуговий фільтр (Band-Pass Filter) пропускає частоти в певному діапазоні і послаблює частоти поза цим діапазоном. Використовується для виділення конкретної частотної компоненти сигналу.

- Режекторний фільтр (Band-Stop Filter / Notch Filter) послаблює частоти в певному діапазоні і пропускає частоти поза ним. Використовується для видалення конкретних небажаних частот (наприклад, мережевих перешкод 50/60 Гц).

Фільтри можуть бути реалізовані як аналогові (за допомогою електронних компонентів, таких як резистори, конденсатори, індуктивності) або цифрові (за допомогою програмних алгоритмів, що обробляють дискретні дані). Цифрові фільтри є більш гнучкими та точними.

7.4. Сенсори та камери

Оптичні сенсори та цифрові камери є невід'ємною частиною сучасних ІТ-систем, від смартфонів до систем безпеки та автономних транспортних засобів. Вони перетворюють світлову інформацію на електричні сигнали, які потім можуть бути оброблені та інтерпретовані комп'ютерами.

Більшість цифрових камер використовують матриці світлочутливих елементів, які називаються фотодіодами або фототранзисторами. Кожен такий елемент перетворює фотони світла, що потрапляють на нього, в електричний заряд. Чим більше світла, тим більший заряд. Цей заряд потім зчитується,

перетворюється в цифровий сигнал за допомогою АЦП і формує піксель зображення.

Сенсори (CCD, CMOS) виконують зворотну задачу – перетворюють світло в електричний сигнал. CCD (Charge-Coupled Device) тривалий час був домінуючим типом сенсорів, особливо в професійних камерах. CCD-сенсори відомі своєю високою якістю зображення та низьким рівнем шуму, але вони дорожчі у виробництві, споживають більше енергії та мають повільніше зчитування даних порівняно з CMOS.

Коли фотон падає на напівпровідник (кремній), відбувається внутрішній фотоефект, він вибиває електрон у зону провідності, створюючи пару електрон-дірка. Кількість генерованого заряду Q пропорційна інтенсивності світла I та часу експозиції t :

$$Q = \int I(t) dt \quad (7.1)$$

В кожному пікселі є власний підсилювач на транзисторах, що дозволяє зчитувати дані паралельно і дуже швидко. CMOS (Complementary Metal-Oxide-Semiconductor) найпоширеніший тип сенсорів у сучасних камерах, особливо в смартфонах та веб-камерах. CMOS-сенсори мають низьке енергоспоживання, швидке зчитування даних та можливість інтеграції додаткових функцій на одному чипі.

Базові характеристики камер:

- Роздільна здатність (Resolution) це кількість пікселів у зображенні (наприклад, 1920x1080 для Full HD, 3840x2160 для 4K). Визначає деталізацію зображення.

- Розмір сенсора означає більші пікселі, що дозволяє захоплювати більше світла, покращуючи якість зображення в умовах низької освітленості та зменшуючи шум.

- Діафрагма (Aperture) вказує на розмір отвору в об'єктиві, що контролює кількість світла, яке потрапляє на сенсор. Вимірюється в f-числах (наприклад, f/1.8). Менше f-число означає більший отвір і більше світла.

- Витримка (Shutter Speed) вимірюється тривалістю, протягом якого сенсор піддається впливу світла. Коротша витримка заморожує рух, довша – дозволяє захопити більше світла, але може призвести до розмиття рухомих об'єктів.

ISO це чутливість сенсора до світла. Вищі значення ISO дозволяють знімати в умовах низької освітленості, але можуть збільшити шум, характеризується: роздільною здатністю, кількість пік селів, динамічним діапазон, тобто здатність одночасно фіксувати деталі в тінях та на світлі та рівнем шуму, який виникає через тепловий рух електронів (темновий струм) та квантову природу світла (дробовий шум).

Спектр застосування сенсорів та камер в ІТ досить широкий:

- Вбудовані камери для фото- та відеозйомки, відеодзвінків. У смартфонах та планшетах.

- Веб-камери для відеоконференцій та онлайн-спілкування.

- ІР-камери, системи розпізнавання облич в комплексах безпеки та відеоспостереження.

- Камери для розпізнавання дорожніх знаків, пішоходів, інших автомобілів в системах автономних транспортних засобів.

- Ендоскопія, мікроскопія, медична візуалізація.

- Системи машинного зору для контролю якості, робототехніка.

- Камери для відстеження рухів та взаємодії з віртуальним середовищем в системах доповненої реальності (VR/AR)

7.5. Датчики температури, тиску, світла

Датчик (сенсор) – це пристрій, який виявляє або вимірює фізичну величину (таку як температура, тиск, світло, рух тощо) і перетворює її на сигнал, який може бути прочитаний електронним приладом. Цей сигнал зазвичай є електричним (напруга, струм, опір). В основі кожного датчика лежить певний фізичний закон або ефект.

1. Датчики температури

Температура є однією з найчастіше вимірюваних фізичних величин. Датчики температури використовуються для моніторингу клімату, контролю промислових процесів, у медичних пристроях та побутовій техніці.

Основні типи датчиків температури:

- Терморезистори (Thermistor) це резистори, опір яких значно змінюється залежно від температури. Існують NTC (Negative Temperature Coefficient), опір яких зменшується зі зростанням температури, та PTC (Positive Temperature Coefficient), опір яких зростає. Вони недорогі, точні та мають швидкий час відгуку.

- Термопари (Thermocouple) складаються з двох різновидних металів, з'єднаних на одному кінці. При нагріванні цього з'єднання виникає термоелектрична напруга (ефект Зеебека), пропорційна різниці температур між з'єднанням та вільними кінцями. Термопари витримують високі температури та мають широкий діапазон вимірювань.

- RTD (Resistance Temperature Detector) датчики використовують зміну опору чистого металу (зазвичай платини) зі зміною температури. Вони дуже точні та стабільні, але дорожчі за терморезистори.

- Напівпровідникові датчики температури (Semiconductor Temperature Sensors) використовують залежність характеристик напівпровідникових приладів. Виділяють такі типи напівпровідникових датчиків: діодні, транзисторні, ІС датчики (інтегральних схем) та кремнієві датчики температури.

Ці пристрої часто інтегруються в мікросхеми, забезпечуючи лінійний вихідний сигнал. Наприклад, датчик LM35 видає 10 мВ при зміні на один градус Цельсія.

Таблиця 7.2.

Фізичні принципи та принципи дії температурних датчиків

Тип датчика	Фізичне явище	Принцип роботи
Термопара	Ефект Зеебека	У замкненому колі з двох різних провідників виникає термо-ЕРС, якщо їхні спаї мають різну температуру. Напруга пропорційна різниці температур.
Терморезистор (RTD)	Температурна залежність опору	Опір металів (зазвичай платини) зростає майже лінійно при підвищенні температури через посилення коливань кристалічної ґратки.
Термістор (NTC/PTC)	Напівпровідникова провідність	Опір напівпровідників різко змінюється при нагріванні. У NTC-термісторів опір падає, оскільки теплова енергія вивільняє більше носіїв заряду.

2. Датчики тиску

Датчики тиску вимірюють силу, що діє на одиницю площі. Вони широко застосовуються в автомобільній промисловості, медицині, авіації та системах контролю процесів. Датчики тиску перетворюють механічну деформацію чутливого елемента на зміну електричного параметра.

Основні типи датчиків тиску:

- Тензорезисторні датчики (Strain Gauge Pressure Sensors) використовують тензорезисторні матеріали, які змінюють свій опір при деформації. Мембрана деформується під дією тиску, і ця деформація вимірюється тензорезисторами, перетворюючись на електричний сигнал.
- П'єзорезистивні датчики базуються на зміні питомого електричного опору матеріалу (найчастіше кремнію) під дією механічної напруги. Коли

діафрагма датчика прогинається під тиском, п'єзореzystори на її поверхні змінюють свій опір, що фіксується вимірювальним мостом. Часто використовуються в MEMS-технологіях (Micro-Electro-Mechanical Systems).

П'єзоелектричний ефект проявляється в тому, що деякі діелектрики (кварц, спеціальна кераміка) при механічній деформації генерують електричний заряд на своїй поверхні. Цей ефект використовується для вимірювання динамічного тиску та вібрацій.

Ємнісні датчики тиску вимірюють зміну ємності конденсатора, одна з обкладок якого є рухомою мембраною, що деформується під тиском. Зміна відстані призводить до зміни електричної ємності.

3. Датчики світла

Світлові сенсори базуються на взаємодії фотонів з електронами в речовині. Датчики світла (фотосенсори) перетворюють світлову енергію на електричний сигнал. Вони використовуються в камерах, системах освітлення, сонячних панелях, оптичних комунікаціях та багатьох інших пристроях.

Фоторезистори (LDR - Light Dependent Resistor): Опір цих компонентів зменшується зі збільшенням інтенсивності світла. Працюють на основі внутрішнього фотоефекту. Енергія падаючих фотонів витрачається на переведення електронів у зону провідності, що призводить до різкого зменшення електричного опору матеріалу (наприклад, сульфід кадмію). Вони прості та недорогі, але мають повільний час відгуку.

Фотодіоди (Photodiode) це напівпровідникові прилади, які генерують електричний струм пропорційно інтенсивності світла, що падає на них. Використовують вентильний фотоефект у р-п переході. Поглинання світла створює пари електрон-дірка, які розділяються внутрішнім електричним полем переходу, створюючи фотострум або фото-ЕРС. Мають швидкий час відгуку та високу лінійність.

Фототранзистори (Phototransistor) за принципом роботи подібні до фотодіодів, але мають вбудоване посилення, що робить їх більш чутливими до світла.

Сонячні елементи (Solar Cells) в основі роботи яких лежить фотовольтаїчний ефект. Це пристрої в яких енергія світла безпосередньо перетворюється на електричну енергію постійного струму. Великі фотодіоди, призначені для ефективного перетворення сонячного світла на електричну енергію.

Матриці фотодіодів, що використовуються в цифрових камерах для захоплення зображень відносять до CCD/CMOS сенсорів.

7.6. Перетворювачі сигналів (АЦП та ЦАП)

Для того, щоб комп'ютерні системи могли обробляти дані від аналогових датчиків, а також керувати аналоговими виконавчими пристроями, необхідні перетворювачі між аналоговим та цифровим форматами сигналів. Більшість фізичних процесів у природі є аналоговими (безперервними), тоді як обчислювальні системи працюють з дискретними (цифровими) даними. Перехід між цими світами забезпечують АЦП та ЦАП.

Аналого-цифрове перетворення (АЦП - Analog-to-Digital Converter) – це електронний пристрій, який перетворює неперервний аналоговий сигнал (напругу або струм) на дискретний цифровий код. Цей процес є фундаментальним для оцифрування даних з реального світу.

Аналого-цифрове перетворення відбувається в три етапи:

На етапі дискретизації (Sampling) аналоговий сигнал вимірюється через рівні проміжки часу. Згідно з теоремою Котельникова (Найквіста-Шеннона), частота дискретизації f_s повинна бути принаймні вдвічі більшою за максимальну частоту спектра сигналу f_{max} , щоб уникнути втрати інформації $f_s \geq 2f_{max}$.

Виміряні значення округлюються до найближчих фіксованих рівнів, відбувається квантування (Quantization) ці дані можуть бути представлені двійковим кодом. Кількість цих рівнів визначає розрядність АЦП (наприклад, 8-

бітний АЦП має $2^8 = 256$ рівнів, 10-бітний – $2^{10} = 1024$ рівні). Чим вища розрядність, тим точніше представлення аналогового сигналу.

Кожному квантованому рівню присвоюється відповідний двійковий код. Кодування (Encoding) завершується отриманням цифрового коду.

Головними характеристиками АЦП є його розрядність, частота дискретизації та діапазон вхідної напруги.

Розрядність (Resolution) визначається кількістю бітів, що використовуються для представлення аналогового значення. Ця характеристика визначає точність перетворення.

Частота дискретизації (Sampling Rate) задається кількістю перетворень за секунду. Визначає максимальну частоту аналогового сигналу, який може бути точно оцифрований.

Діапазон вхідної напруги (Input Voltage Range) визначає мінімальне та максимальне значення аналогової напруги, яке може бути перетворено.

Цифро-аналогове перетворення (ЦАП - Digital-to-Analog Converter) – це електронний пристрій, який перетворює цифровий код на відповідний аналоговий сигнал (напругу або струм). Найпоширенішим методом є підсумовування вагових струмів або використання схем типу R-2R, де кожен біт цифрового коду керує ключем, що додає певну частку еталонної напруги до загального вихідного сигналу. Це необхідно для керування аналоговими пристроями, такими як двигуни, динаміки або світлодіоди з регульованою яскравістю.

Принцип роботи ЦАП полягає в тому, що пристрій приймає на цифровий вхід (наприклад, 8-бітне число) і генерує аналогову напругу, пропорційну цьому числу. Після перетворення цифрового значення на аналогову напругу, зазвичай використовується фільтр низьких частот для згладжування ступінчастого аналогового сигналу та відновлення його неперервної форми.

ЦАП характеризується трьома параметрами.

- Розрядність (Resolution) вказує кількість бітів вхідного цифрового сигналу. Визначає кількість можливих аналогових вихідних значень.
- Частота оновлення (Update Rate) це швидкість, з якою ЦАП може перетворювати нові цифрові значення на аналогові сигнали.
- Діапазон вихідної напруги (Output Voltage Range) визначає мінімальне та максимальне значення аналогової напруги, яке може бути згенеровано.

7.7. Інтерфейси підключення датчиків

Для взаємодії датчиків з мікроконтролерами, комп'ютерами або іншими пристроями використовуються різні інтерфейси зв'язку. Вибір інтерфейсу залежить від типу датчика, необхідної швидкості передачі даних, відстані та складності системи.

Основні типи інтерфейсів:

1. Аналогові інтерфейси

Пряме підключення (Direct Analog Connection): Найпростіший спосіб, коли вихідна напруга або струм датчика безпосередньо подається на аналоговий вхід мікроконтролера (який має вбудований АЦП). Підходить для простих датчиків, що видають аналоговий сигнал (наприклад, терморезистори, фоторезистори, деякі датчики тиску).

2. Цифрові інтерфейси

- GPIO (General Purpose Input/Output): Загальні порти введення/виведення, які можуть бути налаштовані як цифрові входи або виходи. Використовуються для зчитування стану простих дискретних датчиків (наприклад, кнопки, датчики руху PIR) або керування виконавчими пристроями.

- UART (Universal Asynchronous Receiver/Transmitter): Послідовний асинхронний інтерфейс, що використовує дві лінії (TX для передачі, RX для прийому). Широко використовується для зв'язку з модулями GPS, Bluetooth,

деякими датчиками та для налагодження через послідовний порт. Відносно простий у реалізації, але не підтримує багато пристроїв на одній шині.

- SPI (Serial Peripheral Interface): Синхронний послідовний інтерфейс, що працює в режимі

- «Майстер-підлеглий». Використовує чотири лінії: MOSI (Master Out Slave In), MISO (Master In Slave Out), SCK (Serial Clock) та SS (Slave Select). SPI є швидким інтерфейсом і підтримує кілька підлеглих пристроїв, кожен з яких вибирається за допомогою окремої лінії SS. Часто використовується для підключення дисплеїв, пам'яті, АЦП/ЦАП та деяких датчиків.

- I2C (Inter-Integrated Circuit): Двопровідний послідовний інтерфейс, що використовує лише дві лінії: SDA (Serial Data Line) та SCL (Serial Clock Line). I2C є багатомайстерним інтерфейсом, що дозволяє підключати багато пристроїв до однієї шини, кожен з яких має унікальну адресу. Це робить його дуже популярним для підключення численних датчиків (температури, вологості, акселерометрів, гіроскопів) до мікроконтролерів.

- One-Wire: Інтерфейс, розроблений компанією Dallas Semiconductor (тепер Maxim Integrated), який використовує лише один провід для передачі даних та живлення. Ідеально підходить для підключення простих датчиків (наприклад, датчиків температури DS18B20) на великі відстані з мінімальною кількістю проводів.

- Ethernet/Wi-Fi: Для датчиків, які потребують підключення до мережі або Інтернету, використовуються інтерфейси Ethernet (дротовий) або Wi-Fi (бездротовий). Це дозволяє віддалено моніторити та керувати датчиками, що є основою для систем IoT.

- USB (Universal Serial Bus): Широко використовується для підключення датчиків до комп'ютерів. Забезпечує живлення та передачу даних, підтримує гаряче підключення та має високу швидкість передачі даних.

Таблиця 7.3.

Характеристика інтерфейсів підключення датчиків та пристроїв

Інтерфейс	Тип зв'язку	Кількість ліній	Переваги	Недоліки	Застосування
Аналоговий	Прямий	1-2	Простота, низька вартість	Чутливість до шуму, обмежена відстань	Прості датчики (терморезистори, фоторезистори)
GPIO	Цифровий	1	Простота, пряме керування	Тільки дискретні сигнали	Кнопки, перемикачі, прості датчики руху
UART	Послідовний	2	Простота, асинхронний	Немає підтримки багатьох пристроїв на шині	GPS, Bluetooth, деякі датчики, налагодження
SPI	Послідовний	4	Висока швидкість, повнодуплексний	Більше ліній, немає адресації	Дисплеї, пам'ять, АЦП/ЦАП, деякі датчики
I2C	Послідовний	2	Мало ліній, багатомайстерний, адресація	Низька швидкість, складніша реалізація	Багато датчиків (температура, вологість, акселерометри)
One-Wire	Послідовний	1	Мінімум проводів, живлення по шині	Низька швидкість, специфічні датчики	Датчики температури DS18B20
Ethernet/Wi-Fi	Мережевий	Багато	Віддалений доступ, висока швидкість	Складність, енергоспоживання	ІоТ-пристрої, промислові датчики
USB	Послідовний	4	Висока швидкість, живлення, гаряче підключення	Складність протоколу	Підключення до ПК, периферійні пристрої

7.8. Інтернет речей (IoT)

Інтернет речей (Internet of Things, IoT) – це концепція мережі фізичних об'єктів («речей»), оснащених датчиками, програмним забезпеченням та іншими технологіями, які дозволяють їм підключатися та обмінюватися даними з іншими пристроями та системами через Інтернет. IoT є одним з найважливіших напрямків розвитку сучасних технологій, що трансформує різні аспекти нашого життя та промисловості.

Компоненти IoT-системи:

- Речі (Things): Фізичні пристрої, оснащені датчиками, актуаторами та можливостями зв'язку. Це можуть бути розумні будинки, носимі пристрої, промислове обладнання, автомобілі тощо.
- Датчики (Sensors): Збирають дані про навколишнє середовище або стан самого пристрою (температура, тиск, рух, освітленість, вологість тощо).
- Актуатори (Actuators): Пристрої, які виконують дії на основі отриманих даних або команд (наприклад, вмикають світло, регулюють температуру, відкривають клапани).
- Підключення (Connectivity): Забезпечує зв'язок між пристроями та хмарними платформами. Це можуть бути Wi-Fi, Bluetooth, Zigbee, LoRaWAN, NB-IoT, стільниковий зв'язок (4G/5G) та інші протоколи.
- Хмарні платформи (Cloud Platforms): Зберігають, обробляють та аналізують дані, отримані від пристроїв. Надають інструменти для візуалізації даних, машинного навчання та керування пристроями.
- Користувацькі інтерфейси (User Interfaces): Дозволяють користувачам взаємодіяти з IoT-системою, отримувати інформацію та керувати пристроями (мобільні додатки, веб-панелі).

Роль датчиків в IoT: Датчики є «очима» та «вухами» IoT-систем. Вони збирають сирі дані з фізичного світу, які потім перетворюються на корисну

інформацію. Без датчиків IoT не міг би функціонувати, оскільки саме вони забезпечують взаємодію фізичних об'єктів з цифровим світом.

Фізичні та технічні аспекти IoT:

- Рівень сприйняття: Це "органи чуття" системи – датчики температури, вологості, руху тощо, які збирають дані з навколишнього середовища.

- Енергоефективність: Оскільки багато IoT-пристроїв працюють від батарейок роками, фізика напівпровідників спрямована на створення мікросхем з наднизьким споживанням енергії (наприклад, у режимі глибокого сну).

- Бездротовий зв'язок: Використання електромагнітних хвиль різних діапазонів (Wi-Fi, Bluetooth, LoRaWAN, Zigbee). Кожна технологія має свій фізичний компроміс між дальністю дії, швидкістю передачі та енергоспоживанням.

- Edge Computing (Граничні обчислення): Обробка частини даних безпосередньо на пристрої (поблизу джерела даних) для зменшення навантаження на мережу та пришвидшення реакції системи.

Застосування IoT:

- Розумний дім (Smart Home): Автоматизація освітлення, опалення, систем безпеки, керування побутовою технікою.

- Розумне місто (Smart City): Моніторинг трафіку, якості повітря, управління відходами, розумне освітлення.

- Промисловий IoT (IIoT): Моніторинг обладнання, предиктивне обслуговування, оптимізація виробничих процесів, автоматизація складів.

- Охорона здоров'я (Healthcare): Носимі пристрої для моніторингу стану здоров'я, віддалений моніторинг пацієнтів, розумні лікарні.

- Сільське господарство (Smart Agriculture): Моніторинг ґрунту, погоди, стану врожаю, автоматизація поливу.

- Транспорт (Smart Transportation): Моніторинг транспортних засобів, розумні парковки, автономні автомобілі.

Хоча IoT пропонує величезні можливості, існують і значні виклики, такі як безпека даних, конфіденційність, сумісність пристроїв, управління великими обсягами даних та енергоспоживання пристроїв.

Приклади розв'язування завдань до розділу 7

Задача 1: Частотна характеристика RC-фільтра

Побудувати амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) та фазо-частотну характеристику (ФЧХ) простого RC-фільтра нижніх або верхніх частот. Визначити частоту зрізу. Передавальна функція RC-фільтра нижніх частот:

$$H(f) = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi fRC)^2}}, \text{ де частота зрізу } f_c = \frac{1}{2\pi RC}.$$

Обчислити амплітуду та фазу передавальної функції для діапазону частот. Візуалізувати за допомогою `ggplot2` (хоча в прикладі коду лише обчислення).

```
# Фільтр нижніх частот: H(f) = 1 / sqrt(1 + (2*pi*f*R*C)^2)

f <- 10^seq(0, 5, length.out = 100) # від 1 Гц до 100 кГц
H_rc <- 1 / sqrt(1 + (2 * pi * f * R_val * C_val)^2)
f_cutoff <- 1 / (2 * pi * R_val * C_val)

cat("Задача 6: Частота зрізу RC-фільтра:", round(f_cutoff, 2), "Hz\n")
```

Задача 2: Частотна характеристика RLC-фільтра

Опис: Побудувати АЧХ та ФЧХ послідовного або паралельного RLC-фільтра. Визначити резонансну частоту та добротність. Для послідовного RLC-кола імпеданс $Z = R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}$. Резонансна частота $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. Обчислити амплітуду та фазу передавальної функції для діапазону частот. Візуалізувати результати.

```
# Послідовний RLC-фільтр: Z = R + j(wL - 1/wC)
```

```
# Амплітуда струму  $I = V / |Z|$ 
R_rlc <- 10
L_rlc <- 10e-3
C_rlc <- 100e-9
f_rlc <- 10^seq(2, 6, length.out = 200)
w_rlc <- 2 * pi * f_rlc
Z_abs <- sqrt(R_rlc^2 + (w_rlc * L_rlc - 1 / (w_rlc * C_rlc))^2)
I_rlc <- 1 / Z_abs # Відносний струм
f_resonance <- 1 / (2 * pi * sqrt(L_rlc * C_rlc))

cat("Задача 7: Резонансна частота RLC-фільтра:", round(f_resonance, 2),
    "Hz\n")
```

Задача 3: Моделювання логічних елементів

Створити функції в R, що імітують роботу базових логічних елементів (AND, OR, NOT, XOR). Продемонструвати їх роботу, побудувавши таблиці істинності. Булева алгебра та таблиці істинності визначають поведінку логічних елементів. Наприклад, для AND вихід 1 тільки якщо обидва входи 1. Реалізувати логічні функції за допомогою умовних операторів або логічних операторів R (&, |, !, xor). Згенерувати всі можливі комбінації входних сигналів та вивести результати.

```
# Логічні функції

NOT_gate <- function(A) as.integer(!A)
AND_gate <- function(A, B) as.integer(A & B)
OR_gate <- function(A, B) as.integer(A | B)
XOR_gate <- function(A, B) as.integer(xor(A, B))

# Таблиця істинності для XOR
```

```
inputs <- expand.grid(A = c(0, 1), B = c(0, 1))
inputs$XOR <- apply(inputs, 1, function(x) XOR_gate(x[1], x[2]))
cat("Задача 8: Таблиця істинності XOR:\n")

print(inputs)
```

Задача 4: Аналіз комбінаційної логічної схеми

Опис: Дано комбінаційну логічну схему, що складається з декількох базових логічних елементів. Визначити вихідний сигнал схеми для всіх можливих комбінацій вхідних сигналів. Побудувати таблицю істинності для всієї схеми. Комбінаційні схеми не мають пам'яті, і їх вихід залежить лише від поточних вхідних сигналів. Аналіз проводиться шляхом послідовного застосування логічних операцій. Використати функції, створені в Задачі 8, для моделювання складної схеми. Автоматично згенерувати вхідні комбінації та обчислити вихідні значення.

Схема: $F = (A \text{ AND } B) \text{ OR } (\text{NOT } C)$

```
logic_circuit <- function(A, B, C) {
  OR_gate(AND_gate(A, B), NOT_gate(C))
}
inputs_9 <- expand.grid(A = c(0, 1), B = c(0, 1), C = c(0, 1))
inputs_9$Output <- apply(inputs_9, 1, function(x) logic_circuit(x[1], x[2], x[3]))
cat("Задача 9: Таблиця істинності комбінаційної схеми:\n")

print(inputs_9)
```

Задача 5: Моделювання двійкового суматора

Розробити в R функції, що імітують роботу напівсуматора та повного суматора. Продемонструвати їх роботу, побудувавши таблиці істинності та

перевіряючи коректність додавання двійкових чисел. Напівсуматор додає два біти, видаючи суму та перенос. Повний суматор додає три біти (два вхідних та перенос з попереднього розряду), видаючи суму та перенос. Реалізувати логіку напівсуматора (XOR для суми, AND для переносу) та повного суматора (з використанням двох напівсуматорів та OR для переносу). Тестування з різними вхідними двійковими числами.

```
# Повний суматор
```

```
full_adder <- function(A, B, Cin) {  
  Sum <- XOR_gate(XOR_gate(A, B), Cin)  
  Cout <- OR_gate(AND_gate(XOR_gate(A, B), Cin), AND_gate(A, B))  
  return(c(Sum = Sum, Cout = Cout))  
}  
# Перевірка для 1 + 1 + 1 (Cin=1)  
result_10 <- full_adder(1, 1, 1)
```

```
cat("Задача 10: Повний суматор (1+1+1): Sum =", result_10["Sum"], ", Cout  
=", result_10["Cout"], "\n")
```

Інтегровані завдання до розділу 7

Задача 1.

Для RC-фільтра ($R = 1 \text{ кОм}$, $C = 1 \text{ мкФ}$) визначити: граничну частоту значення коефіцієнта передачі при частотах 10 Гц, 1 кГц, 10 кГц

Задача 2.

Для RLC-контур з параметрами $R = 10 \text{ Ом}$, $L = 0.1 \text{ Гн}$, $C = 100 \text{ мкФ}$ знайти резонансну частоту.

Задача 3. Проектування RC-фільтра верхніх частот

Спроектуйте RC-фільтр верхніх частот з частотою зрізу $f_c = 1 \text{ kHz}$. Оберіть номінали резистора та конденсатора. Побудуйте амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) та фазо-частотну характеристику (ФЧХ) спроектованого фільтра. Формула частоти зрізу $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$, передавальна функція RC-фільтра верхніх частот. Виберіть одне значення компонента, розрахуйте інше. Обчисліть АЧХ та ФЧХ для діапазону частот та візуалізуйте.

Задача 4. Аналіз RL-фільтра нижніх частот

RL-фільтр нижніх частот складається з індуктивності $L = 100 \text{ мН}$ та резистора $R = 1 \text{ к}\Omega$. Побудуйте АЧХ та ФЧХ цього фільтра. Визначте його частоту зрізу. Передавальна функція RL-фільтра нижніх частот, частота зрізу. Обчисліть амплітуду та фазу передавальної функції для діапазону частот та візуалізуйте.

Задача 5. Вплив опору на добротність RLC-кола

RLC-коло складається з $L = 10 \text{ мН}$, $C = 100 \text{ нФ}$. Дослідіть, як зміна опору R (від 10Ω до 100Ω з кроком 10Ω) впливає на добротність кола та форму його АЧХ. Побудуйте сімейство АЧХ для різних значень R . Резонансна частота, добротність $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ передавальна функція RLC-кола. Використайте цикл для ітерації по значеннях R , обчисліть АЧХ та візуалізуйте на одному графіку.

Задача 6. Логічні елементи NAND та NOR

Створіть функції в R, що імітують роботу логічних елементів NAND та NOR. Побудуйте таблиці істинності для кожного з них. Визначення логічних операцій NAND (НЕ-І) та NOR (НЕ-АБО), їх таблиці істинності. Реалізуйте функції за допомогою логічних операторів R. Згенеруйте всі можливі входні комбінації та виведіть результати.

Задача 7. Реалізація логічної функції

Реалізуйте логічну функцію $F = AB + \bar{A}C$ за допомогою базових логічних елементів (AND, OR, NOT). Створіть відповідну функцію в R та побудуйте її таблицю істинності. Булева алгебра, послідовне застосування логічних операцій. Використайте раніше створені функції для базових логічних елементів для побудови складної функції. Згенеруйте таблицю істинності.

Задача 8. Моделювання 2-входового мультиплексора (MUX)

Створіть функцію в R, яка імітує роботу 2-входового мультиплексора. Мультиплексор має два входи даних (D_0 , D_1) та один керуючий вхід (S). Якщо $S=0$, вихід дорівнює D_0 ; якщо $S=1$, вихід дорівнює D_1 . Побудуйте таблицю істинності для цього MUX. Принцип роботи мультиплексора, його логічна функція. Реалізуйте логіку MUX за допомогою умовних операторів або логічних виразів. Згенеруйте таблицю істинності.

Задача 9 Таблиця істинності для дешифратора 2-в-4

Дешифратор 2-в-4 має два входних біти (A_1 , A_0) та чотири вихідних лінії (Y_0 , Y_1 , Y_2 , Y_3). Тільки одна з вихідних ліній активна (дорівнює 1) для кожної комбінації входних бітів. Створіть функцію в R, яка моделює роботу дешифратора, та побудуйте його таблицю істинності. Принцип роботи дешифратора, його логічні функції для кожного виходу. Реалізуйте логіку

дешифратора. Згенеруйте всі можливі вхідні комбінації та виведіть відповідні вихідні стани.

Задача 10. Імпеданс та фазовий зсув в послідовному RC-колі

Послідовне RC-коло складається з резистора $R=500\Omega$ та конденсатора $C=0.1F$. Джерело змінного струму має частоту $f=1kHz$ та амплітуду напруги $V_{max}=10V$. Розрахуйте повний імпеданс кола, амплітуду струму та фазовий зсув між напругою та струмом. Комплексний опір (імпеданс) конденсатора $X_c = \frac{1}{2\pi fC}$, повний імпеданс кола $Z = \sqrt{R^2 + X_c^2}$, фазовий зсув $\varphi = \arctan\left(-\frac{X_c}{R}\right)$. Обчисліть реактивний опір конденсатора, повний імпеданс, амплітуду струму та фазовий зсув за заданими параметрами.

Задача 11. Розрахувати коефіцієнт передачі RC-фільтра низьких частот для діапазону від 10 Гц до 1 МГц. Створення вектора частот `seq()`, розрахунок модуля комплексного коефіцієнта передачі $H(f) = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi fRC)^2}}$ та побудова логарифмічного графіка (діаграми Боде) за допомогою `ggplot2`.

Задача 12. Створити модель комбінаційної схеми (наприклад, повного суматора) і згенерувати для неї повну таблицю істинності. Використання функцій `expand.grid()` для генерації всіх можливих комбінацій вхідних сигналів (0 та 1) та застосування до них базових операторів `&` (AND), `|` (OR) та `!` (NOT) для отримання результату.

Задача 13. Розрахувати коефіцієнт передачі RC-фільтра низьких частот для діапазону від 10 Гц до 1 МГц. Створення вектора частот `seq()`, розрахунок модуля комплексного коефіцієнта передачі $H(f) = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi fRC)^2}}$ та побудова логарифмічного графіка (діаграми Боде) за допомогою `ggplot2`.

Контрольні питання до розділу 7

1. Дайте визначення аналогового сигналу та назвіть його основні характеристики.
2. Чим цифровий сигнал відрізняється від аналогового з точки зору значень та часу?.
3. Опишіть фізичну суть процесу дискретизації (sampling) при перетворенні сигналу.
4. Що таке квантування (quantization) і як кількість бітів впливає на цей процес?.
5. Яка роль АЦП та ЦАП у сучасних комп'ютерних системах?.
6. Порівняйте аналогові та цифрові сигнали за критерієм стійкості до шуму та зручності обробки.
7. Що таке період (T) та частота (f) періодичного процесу, та як вони взаємопов'язані?.
8. Назвіть «три кити», на яких тримається синусоїдальний сигнал, згідно з текстом.
9. Як фаза (ϕ) впливає на інтерференцію двох хвиль однакової частоти?.
10. Поясніть вплив реактивних елементів (конденсаторів, індуктивностей) на фазовий зсув у колах змінного струму.
11. Що відбувається з сигналом при масштабуванні амплітуди, і який пристрій виконує це завдання?.
12. Яке фізичне явище демонструє масштабування сигналу по часу (ефект Доплера)?.
13. У чому полягає основна ідея перетворення Фур'є щодо складних періодичних сигналів?.
14. Чим відрізняється представлення сигналу в часовій області від частотної області (спектру)?.

15. Для чого використовується алгоритм Швидкого перетворення Фур'є (FFT) в ІТ?.
16. Назвіть три приклади практичного застосування спектрального аналізу або фільтрації на основі Фур'є.
17. Дайте визначення шуму та поясніть, чому він є проблемою для фізичних систем.
18. Яка фізична природа теплового шуму (Джонсона-Найквіста) та чи можна його повністю усунути?.
19. Поясніть виникнення дробового шуму (Shot Noise) через дискретність електричного заряду.
20. Як працюють аналогові фільтри на основі конденсаторів та індуктивностей?.
21. Опишіть призначення чотирьох основних типів фільтрів: ФНЧ, ФВЧ, смугового та режекторного.
22. Який фізичний принцип лежить в основі роботи оптичних сенсорів зображення?.
23. Порівняйте CCD та CMOS сенсори: назвіть переваги та недоліки кожного типу.
24. Які характеристики камери визначають детальність зображення та здатність працювати при низькому освітленні?.
25. Як параметр ISO пов'язаний з рівнем шуму на зображенні?.
26. Опишіть різницю між терморезисторами типів NTC та PTC.
27. Поясніть ефект Зеебека, який використовується в роботі термопар.
28. Які типи датчиків тиску ви знаєте, і як працює п'єзорезистивний ефект?.
29. На якому принципі базується робота фоторезисторів (LDR) та фотодіодів?.
30. Сформулюйте теорему Котельникова (Найквіста-Шеннона) щодо частоти дискретизації.
31. Як розрядність АЦП впливає на точність представлення фізичної величини?.

32. Порівняйте цифрові інтерфейси I2C та SPI за кількістю ліній та можливістю підключення багатьох пристроїв.

33. У чому особливість інтерфейсу One-Wire та де він найчастіше застосовується?.

34. Назвіть основні компоненти IoT-системи та роль датчиків у ній.

35. Що таке Edge Computing (граничні обчислення) і чому вони важливі для IoT?.

РОЗДІЛ 8. ФІЗИКА КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ

Сучасні комп'ютери, від потужних суперкомп'ютерів до мініатюрних вбудованих систем, є вершиною інженерної думки, що поєднує принципи фізики, електроніки та інформатики. Розуміння того, як комп'ютер працює на фізичному рівні, є важливим для будь-якого ІТ-фахівця, оскільки це дозволяє краще розуміти обмеження, можливості та принципи оптимізації програмного та апаратного забезпечення.

8.1. Як працює комп'ютер на фізичному рівні

На найфундаментальнішому рівні комп'ютер – це складна електронна машина, яка обробляє інформацію за допомогою електричних сигналів. Вся інформація в комп'ютері представлена у двійковому форматі, тобто як послідовності нулів та одиниць (бітів). Ці біти фізично реалізуються як два різні стани електричного сигналу: висока напруга (логічна одиниця) та низька напруга (логічний нуль).

Робота комп'ютера базується на трьох фундаментальних фізичних процесах: Представлення інформації, передача сигналів та перемикання станів.

Представлення інформації (Кодування) відбувається через напругу, яка використовується для представлення дискретних значень. В сучасних системах напруга близька до V_{cc} (наприклад, 1.2В або 3.3В) відповідає логічній «1», а напруга близька до 0 В – логічному «0».

Інформація передається між компонентами комп'ютера у вигляді електричних імпульсів, що рухаються по провідниках (доріжках на друкованих платах, кабелях). Швидкість цих сигналів обмежена швидкістю поширення електричного поля в матеріалі провідника.

Основна робота комп'ютера полягає у зміні станів електронних ключів. Це дозволяє виконувати арифметичні та логічні операції.

Більшість сучасних комп'ютерних компонентів, таких як процесори та пам'ять, виготовляються з напівпровідникових матеріалів, переважно на основі кремнію. Напівпровідники дозволяють контролювати потік електронів, що є основою для створення логічних елементів.

Роль мікроскопічних електронних перемикачів виконують транзистори, які є основними будівельними блоками всіх цифрових схем. Вони можуть бути увімкнені (пропускають струм) або вимкнені (не пропускають струм), що відповідає логічним 1 і 0.

Синхронізує роботу всіх компонентів комп'ютера, генеруючи регулярні електричні імпульси (такти) - тактовий генератор. Кожна операція в комп'ютері виконується за певний такт або кілька тактів.

Центральний процесор (CPU) який виконує арифметичні та логічні операції, керує потоком даних. Пам'ять (RAM, ROM, Flash) яка зберігає дані та інструкції для процесора. Шини даних або електричні доріжки, що з'єднують компоненти комп'ютера та дозволяють їм обмінюватися даними. Пристрої введення/виведення (I/O), що дозволяють комп'ютеру взаємодіяти із зовнішнім світом (клавіатура, миша, монітор, мережева карта).

Таблиця 8.1.

Фізичні та логічні рівні представлення комп'ютерної архітектури

Рівень	Фізична реалізація	Що відбувається
Фізичний	Напівпровідники, електрони	Рух зарядів, електричні поля
Електричний	Напруга, Струм	Формування сигналів «0» та «1»
Логічний	Логічні вентиля (AND, OR, NOT)	Виконання булевих операцій
Архітектурний	Регістри, АЛП, Пам'ять	Обробка команд та даних

Всі ці компоненти взаємодіють між собою, обмінюючись електричними сигналами, що дозволяє комп'ютеру виконувати складні обчислення та обробляти інформацію.

8.2. Логічні елементи та транзисторна база

Всі сучасні логічні елементи реалізуються за допомогою транзисторів, переважно польових транзисторів на основі метало-оксид-напівпровідника (MOSFET). Транзистор діє як керований перемикач: невеликий електричний сигнал на його керуючому електроді (затворі) може відкрити або закрити шлях для протікання струму між двома іншими електродами (витоком і стоком).

Польовий транзистор (MOSFET) працює як кран: прикладання напруги до затвора (Gate) створює електричне поле, яке дозволяє струму текти між витоком (Source) та стоком (Drain): n-тип - відкривається при високій напрузі на затворі, p-тип - відкривається при низькій напрузі (0В).

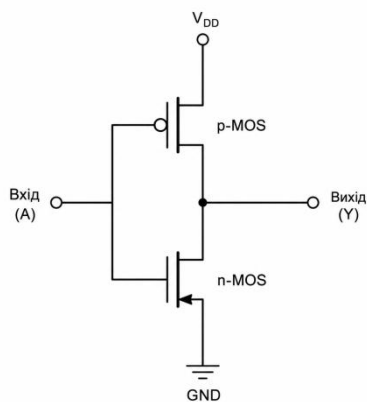
Основою будь-якої цифрової комп'ютерної системи є логічні елементи (логічні вентиля). Це електронні схеми, які виконують базові логічні операції над одним або кількома двійковими входами та видають один двійковий вихід. Найпростіші логічні елементи – це І (AND), АБО (OR), НЕ (NOT), а також їх комбінації, такі як І-НЕ (NAND), АБО-НЕ (NOR), ВИКЛЮЧНЕ АБО (XOR).

Кон'юнкція AND (І) формує вихідний сигнал що дорівнює "1" тільки тоді, коли на всі входи подано "1". Якщо хоча б на одному вході "0", на виході буде "0".

Диз'юнкція OR (АБО) формує вихідний сигнал що дорівнює "1", якщо хоча б на одному з входів є "1". На виході буде "0" лише тоді, коли всі входи мають нульове значення.

Інверсія NOT (НЕ) це елемент з одним входом, який змінює сигнал на протилежний: якщо на вході "1", на виході буде "0", і навпаки.

Комбінуючи n- та p-транзистори, ми створюємо базові логічні вентиля. Інвертор (NOT) складається з одного p-MOS (зверху до живлення) та одного n-



MOS (знизу до землі). Якщо на вході «1», n-MOS відкритий, вихід з'єднується з землею (0). Логічний елемент НЕ (інвертор) має один вхід і один вихід. Якщо на вхід подається логічна 1 (висока напруга), на виході буде логічний 0 (низька напруга), і навпаки. Інвертор може бути реалізований за допомогою двох

комплементарних MOSFET-транзисторів (одного n-типу і одного p-типу) у конфігурації CMOS (Complementary Metal-Oxide-Semiconductor). Коли один транзистор відкритий, інший закритий, що забезпечує інверсію сигналу та низьке енергоспоживання у статичному стані.

Базові елементи NAND і NOR, з яких можна побудувати будь-яку складну схему. Наприклад, елемент NAND потребує 4 транзистори.

Мільйони або навіть мільярди транзисторів та логічних елементів інтегруються на одному кристалі кремнію, утворюючи інтегральні схеми. Це дозволяє створювати надзвичайно складні пристрої, такі як мікропроцесори, з високою щільністю компонентів та мінімальними затримками сигналу.

Як стверджує закон Мура - кількість транзисторів на кристалі подвоюється приблизно кожні два роки. Фізична межа цього процесу – розмір атома, де починають проявлятися квантові ефекти (тунелювання), що заважають роботі транзистора.

Цифрова схемотехніка базується на обробці сигналів, що мають лише два дискретні стани: "логічна 0" (низький рівень напруги) та "логічна 1" (високий рівень). На відміну від аналогових схем, цифрові системи відзначаються високою завадостійкістю та можливістю легкого збереження і передачі інформації. В основі побудови всіх цифрових пристроїв (від простих лічильників до мікропроцесорів) лежить алгебра логіки (Булева алгебра). Цифровим технологіям властива висока завадостійкість, легкість обробки та зберігання інформації, можливість програмування.

Це базові пристрої, що виконують логічні операції.

Характеристика базових логічних операцій і елементів

Елемент	Назва	Логічна функція	Опис
AND	I	$Y = A * B$	Вихід 1, якщо всі входи 1
OR	АБО	$Y = A + B$	Вихід 1, якщо хоча б один вхід 1
NOT	НЕ	$Y = \bar{A}$	Інвертує вхідний сигнал

Окрім базових елементів AND, OR та NOT, у схемотехніці широко використовуються похідні елементи, які дозволяють оптимізувати кількість компонентів на кристалі.

– NAND (I-НЕ) виконує операцію I з наступною інверсією. Вихід дорівнює "0" тільки тоді, коли всі входи "1".

– NOR (АБО-НЕ) виконує операцію АБО з інверсією. Вихід дорівнює "1" тільки тоді, коли всі входи "0".

– XOR (Виключне АБО) вихід дорівнює "1", якщо входи мають різні значення. Це базовий елемент для побудови суматорів.

– XNOR (Виключне АБО-НЕ) вихід дорівнює "1", якщо входи мають однакові значення (операція еквівалентності).

Елементи NAND та NOR називаються універсальними, оскільки на їх основі можна побудувати будь-яку логічну функцію. Це дозволяє виробникам мікросхем використовувати лише один тип транзисторної структури для створення складних систем.

Використовуючи базові та похідні елементи створюють комбінаційні логічні пристрої. Комбінаційні схеми – це пристрої, вихідний стан яких у будь-який момент часу однозначно визначається поточною комбінацією вхідних сигналів. Використання комбінаційних схем дозволяє створювати пристрої для опрацювання цифрових сигналів.

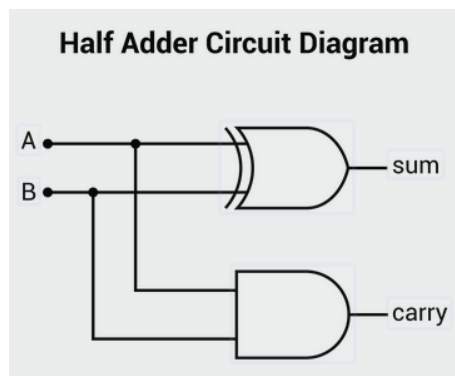
Так дешифратор (Decoder) перетворює двійковий код у сигнал на одному з багатьох виходів. Використовується для вибору адреси в пам'яті.

Мультиплексор (MUX) виконує комутацію сигналів вибираючи один із декількох вхідних каналів і передає його на вихід.

В арифметико-логічному пристрої (ALU) суматор (Adder) виконує арифметичне додавання двійкових чисел.

В системі керування порівняння двох числа на рівність або відношення (більше/менше) виконує компаратор.

З точки зору фізики повний суматор (Full Adder) це комбінаційна схема де вихідний електричний сигнал формується миттєво (з урахуванням фізичної затримки напівпровідників) залежно від комбінації напруг на входах. Суматор це базовий вузол АЛУ (арифметично-логічного пристрою).



Суматор відіграє основну роль при проведенні обчислень. Повний суматор (Full Adder) враховує не лише поточні біти, а й перенос із попереднього розряду. Це дозволяє каскадувати суматори для обробки чисел будь-якої розрядності (8, 16, 32, 64 біти).

На відміну від комбінаційних схем, послідовнісні пристрої мають "пам'ять" – їхній вихід залежить не лише від поточних входів, а й від попереднього стану. Якщо в комбінаційних схемах зник інпут – зник і аутпут, то послідовнісні пристрої мають властивість пам'яті.

Тригери (Flip-Flops) – це елементарна комірка пам'яті, здатна зберігати 1 біт інформації. Тригер – це найменший фізичний перемикач, що може перебувати в одному з двох стійких станів (динамічна рівновага). Тригери (Flip-Flops) – 1-бітні комірки пам'яті. Виділяють декілька типів цих пристроїв.

Базовий RS-тригер має два входи: Set (встановлення високої напруги, «1») та Reset (скидання до нуля, «0»). Фізичний недолік – "заборонений стан", коли на обидва входи одночасно подається висока напруга, що викликає непередбачувану поведінку транзисторів.

Фізично синхронізований пристрій D-тригер ігнорує будь-які зміни на вході даних, поки на синхровхід (Clock) не надійде стробуючий імпульс (фронт хвилі

напруги). Щойно імпульс прийшов – тригер «фотографує» і запам'ятовує рівень напруги на вході D. Це основа сучасної синхронної схемотехніки. Запам'ятовує значення на вході в момент приходу синхроімпульсу. Основний блок для побудови регістрів.

Універсальний JK-тригер усуває невизначений стан RS-тригера. У ньому усунуто проблему забороненого стану: при подачі «1» на обидва входи (J і K) тригер просто інвертує свій попередній стан на протилежний.

Об'єднуючи окремі тригери у групи, ми отримуємо блоки (регістри) для виконання складніших фізичних завдань. Регістри це лінійний масив D-тригерів, які мають спільну лінію синхронізації (Clock). Якщо нам потрібно зберегти 64-бітне слово, ми беремо 64 D-тригери. При надходженні одного тактового імпульсу всі 64 тригери одночасно фіксують напругу на своїх входах. Це "робоча пам'ять" процесора, яка працює на його максимальній частоті.

Лічильники це послідовність тригерів (зазвичай JK або T-типу), з'єднаних так, що вихід попереднього тригера є синхросигналом для наступного. При кожному входному імпульсі стан лічильника змінюється у бінарному коді 000->001 -> 010 -> 011. Фізично, кожен наступний тригер перемикається вдвічі рідше за попередній. Це дозволяє зменшувати частоту періодичних електричних сигналів (наприклад, з тактової частоти кварцового генератора 32.768 кГц отримати чіткий 1 Гц сигнал для відліку системної секунди).

8.3.Послідовнісні пристрої та фізика "пам'яті"

Фізична суть пам'яті це наявність зворотного зв'язку (feedback loop). Вихідний електричний сигнал повертається на вхід схеми, утримуючи її в поточному стані (транзистори залишаються або відкритими, або закритими) навіть після того, як зовнішній сигнал зник.

Більшість цифрових систем є синхронними. Це означає, що всі зміни станів відбуваються одночасно за сигналом тактового генератора (Clock). Частота

тактування визначає швидкість роботи системи (наприклад, 3.5 ГГц у процесорах).

Гоночні ефекти (Hazards) тимчасові помилкові стани на виході через різну швидкість поширення сигналу різними шляхами схеми. Синхронізація дозволяє "чекати", поки сигнали стабілізуються.

8.3.1. Сучасна елементна база та проектування

В основі всієї комп'ютерної техніки лежить напівпровідникова фізика. Коли ми керуємо рухом електронів та дірок у р-п переходах, ми створюємо транзистор – базовий перемикач, який реалізує просту логіку: є струм (логічна одиниця) або немає струму (логічний нуль).

На світанку мікроелектроніки інженери об'єднували лише кілька таких транзисторів на одному кремнієвому кристалі. Так з'явилася мала інтеграція (SSI – Small-Scale Integration). Яскравий приклад – класична серія мікросхем 7400. Фізично це була невелика пластинка, всередині якої містилися окремі логічні елементи (наприклад, НЕ, І-НЕ). На цьому етапі інженери буквально ручками з'єднували дротами виходи однієї мікросхеми із входами іншої, щоб зібрати найпростіший суматор чи лічильник. Фізика процесу тут була наочною: кожен сигнал – це реальний електричний потенціал, який ви могли виміряти осцилографом на конкретному виводі (ніжці) мікросхеми.

Проте закон Мура та потреби обчислень вимагали більшого. З розвитком фотолітографії – технології, що дозволяє за допомогою ультрафіолетового світла «випалювати» структури на кремнії з точністю до кількох нанометрів – людство перейшло до великої та надвеликої інтеграції (LSI/VLSI).

Сьогодні ми пакуємо *мільярди* транзисторів у один процесор або контролер. На цьому рівні фізика стає екстремальною. Коли розміри транзистора зменшуються до атомних масштабів, інженери починають боротися з паразитною ємністю, витоками струму та навіть квантовим тунелюванням електронів крізь занадто тонкі діелектрики. Але саме завдяки подоланню цих

фізичних бар'єрів ми отримали сучасні процесори, здатні виконувати трильйони операцій на секунду.

Але що робити, якщо архітектура звичайного процесора не підходить для вашої специфічної задачі – наприклад, для миттєвої обробки відеопотоку чи роботи нейромереж (ШІ)? Замовляти виготовлення власної VLSI-мікросхеми на заводах на кшталт TSMC – це мільйони доларів і місяці очікувань.

Тут на сцену виходить – FPGA (Field-Programmable Gate Array). Уявіть собі матрицю, яка складається з мільйонів базових логічних комірок та електричних зв'язків між ними. Особливість FPGA в тому, що ці зв'язки не «запаяні» на заводі намертво. Всередині мікросхеми є спеціальні транзисторні ключі (статична пам'ять або флеш), які конфігурують архітектуру. Змінюючи стан цих ключів, ми фізично перебудовуємо внутрішні електричні кола мікросхеми. Сьогодні це може бути криптографічний дешифратор, а після перезапису конфігураційного файлу – спеціалізований співпроцесор для штучного інтелекту. Це архітектура, яка адаптується на фізичному рівні під конкретну формулу чи алгоритм.

Як же керувати такою складною фізичною структурою? Якщо в епоху SSI ми могли намалювати схему на папері з чотирьох мікросхем, то намалювати схему з мільярда елементів фізично неможливо. На зміну йому прийшли Hardware Description Languages (HDL). Важливо розуміти HDL – це не мови програмування в класичному розумінні, а мови для моделювання та опису структури і поведінки цифрового заліза. Тому інженери перейшли від креслення до програмування «заліза», створивши мови опису апаратури (HDL – Hardware Description Language), такі як Verilog або VHDL.

Код на Verilog чи VHDL – це *опис фізичної структури*. Коли ви пишете код на HDL, спеціальна програма (компілятор синтезу) не перетворює його на байти пам'яті. Вона перетворює ваш текст на схему з реальних логічних елементів і трасує (прокладає) фізичні доріжки всередині FPGA. Вивчаючи фізику напівпровідників, ми починаємо з руху одного електрона в полі. Але завдяки абстракціям – від транзистора (фізика) до логічного елемента (SSI), від мільярдів елементів до архітектури (VLSI/FPGA) і, нарешті, до мов опису апаратури (HDL)

– ми отримуємо можливість керувати цим рухом електронів за допомогою звичайного тексту, створюючи найскладніші інтелектуальні системи сучасності.

8.3.2. Мови опису апаратури (HDL): від коду до фізичної схеми

У звичайних мовах (C++, Python) команди виконуються послідовно. У HDL опис визначає фізичні з'єднання, тому всі операції відбуваються одночасно (паралельно), як і в реальній електричній схемі.

У секторі розробки напівпровідникових пристроїв домінують дві мови опису апаратури (HDL): Verilog та VHDL, які використовуються для моделювання, проєктування та верифікації цифрових схем.

Verilog — більш компактна та схожа на мову програмування C, часто застосовується в комерційній розробці та мікроелектронній індустрії США та Азії.

VHDL — більш формалізована й сувора мова, широко використовується в Європі та у військово-космічній сфері, де важлива надійність і чітка типізація.

Обидві мови дозволяють описувати цифрові системи на рівні регістрів передачі (RTL), виконувати симуляцію роботи схем і синтезувати їх у реальні апаратні реалізації (FPGA або ASIC).

Використовуючи кожен із мов інженери можуть описувати схему на різних рівнях.

На структурному (Structural) рівні виконують опис схеми як набору компонентів та зв'язків між ними (аналог малювання схеми текстом).

Опис потоків даних між регістрами та виконання логічних операцій над ними здійснюється на рівні RTL (Register Transfer Level). Це основний рівень для сучасного проєктування.

Поведінковий (Behavioral) рівень описує, що має робити схема, без уточнення того, як вона побудована (використовується для моделювання).

Процес перетворення тексту в реальні транзистори складається з декількох критичних етапів. Інженер пише код, що описує логіку пристрою (наприклад,

контролер пам'яті). За допомогою спеціальних програм (ModelSim, Vivado) перевіряється правильність логіки. На цьому етапі немає поняття "фізичного заліза", лише перевірка алгоритму. На наступному етапі (логічний синтез - Synthesis) програма-синтезатор (Synthesis Tool) аналізує код і перетворює його на "Netlist" – список конкретних логічних елементів (AND, OR, тригери), доступних у цільовій технології (наприклад, 7-нм техпроцес TSMC або блоки FPGA).

Трасування та розміщення (Place and Route) відбувається в середовищі САПР (Система автоматизованого проектування), яка вирішує, де саме на кристалі розмістити ці елементи та як прокласти між ними металеві доріжки.

Розроблена схема аналізується за методикою «таймінг-аналіз» (Timing Analysis). Перевірка того, чи встигне сигнал пройти через усі логічні елементи за один такт. Якщо схема "занадто довга", вона не зможе працювати на високій частоті.

Сьогодні компанії (як Apple або Nvidia) не проектують усе з нуля. Вони купують готові "IP-cores" (Intellectual Property) – перевірений код на Verilog/VHDL, що реалізує USB, Wi-Fi або ядра процесорів ARM. Завдяки HDL стало можливим об'єднати на одному кристалі процесор, відеокарту, пам'ять та радіомодуль. Сучасні нейропроцесори (TPU, NPU) спочатку проектуються на HDL, проходять мільярди циклів симуляції, і лише потім відправляються на виробництво.

Замість того, щоб малювати: Два входи -> Провід -> Елемент AND -> Провід -> Вихід. Інженер пише: `assign output_signal = input_a & input_b;`

Це дозволяє автоматично генерувати схеми будь-якої складності, проводити автоматичну оптимізацію та легко вносити зміни в проект.

```
// Приклад коду для елемента AND на Verilog
```

```
module and_gate (  
    input wire a,
```

```
input wire b,  
output wire y  
);  
assign y = a & b;
```

```
endmodule
```

Цифрова схемотехніка пройшла шлях від механічних реле та вакуумних ламп до нанометрових транзисторів. Сучасний ІТ-фахівець повинен розуміти ці основи.

Оптимізація програмного коду часто впирається в архітектурні особливості заліза. Розробка Embedded-систем та IoT вимагає знань про інтерфейси та логічні рівні. Розуміння Булевої алгебри є базою для побудови складних алгоритмів та структур даних.

8.4. Пам'ять (RAM, Flash)

Розглядаючи комп'ютерні технології переважно акцентуються на напівпровідниковій пам'яті (RAM та Flash), інформація про магнітні та оптичні накопичувачі є доповненням, яке розширює відому архітектуру комп'ютера. Комп'ютер взаємодіє із зовнішнім світом через пристрої введення/виведення та шини даних, і саме ці принципи дозволяють інтегрувати HDD та оптичні диски в систему.

У традиційних жорстких дисках (HDD) замість транзисторів із плаваючим затвором використовуються магнітні домени – мікроскопічні області на поверхні пластини, що мають певний магнітний момент.

Магнітні домени це напрямок намагніченості («північ-південь» або навпаки) фізично представляє логічну «1» або «0». Це реалізує фундаментальний принцип кодування інформації через фізичну величину.

Квантово-механічний ефект, що спостерігається в тонкоплівкових структурах, які складаються з чередованих феромагнітних і немагнітних шарів відомий у фізиці як ефект гігантського магнітоопору (GMR). Електричний опір структури суттєво змінюється залежно від того, чи паралельні магнітні моменти феромагнітних шарів. Коли зчитувальна головка проходить над магнітним доменом на пластині, магнітне поле домену змінює орієнтацію шарів у головці, що призводить до різкої зміни її електричного опору.

Ця зміна опору перетворюється на зміну напруги (електричний сигнал), що відповідає логічним рівням «0» та «1», описаним у джерелах. За відкриття GMR Альберт Ферт і Петер Грюнберг отримали Нобелівську премію у 2007 році, оскільки це дозволило радикально зменшити розмір біта і збільшити ємність HDD.

Оптичні накопичувачі (CD, DVD, Blu-ray) використовують властивості світла для зчитування даних, які фізично записані на диску у вигляді мікроскопічних заглиблень (пітів, від англ. pits) та плоских ділянок (лендів, від англ. lands).

Для зчитування використовується сфокусований промінь лазера. Нам відомо, що швидкість сигналів обмежена швидкістю світла а в оптичних системах світло саме по собі є носієм інформації до моменту його детекції.

Коли лазерне світло потрапляє на ленд, воно відбивається майже повністю назад на фотодетектор.

Коли світло потрапляє на піт, глибина якого розрахована як $1/4$ довжини хвилі лазера, частина світла відбивається від дна піта, а частина – від навколишнього ленда. Це створює деструктивну інтерференцію (світлові хвилі гасять одна одну).

Фотодетектор фіксує зміну інтенсивності відбитого світла. Перехід від піта до ленда (або навпаки) інтерпретується як логічна «1», а відсутність змін – як «0».

Основна відмінність між CD, DVD та Blu-ray полягає у довжині хвилі лазера. CD використовує інфрачервоний лазер (780 нм). Blu-ray використовує

синьо-фіолетовий лазер (405 нм) з меншою довжиною хвилі. Менша довжина хвилі дозволяє фокусувати промінь у набагато меншу точку, що дає змогу зчитувати щільніше розміщені піти, збільшуючи обсяг збережених даних.

Хоча ці технології базуються на магнетизмі та оптиці, вони зрештою передають дані через шини даних до процесора у вигляді тих самих електричних імпульсів (напруги), які є універсальною мовою фізичного рівня комп'ютера.

1. Оперативна пам'ять (RAM - Random Access Memory)

RAM – це енергозалежна пам'ять, що означає, що вона потребує постійного живлення для збереження даних. Вона використовується для тимчасового зберігання даних та програм, які активно використовуються процесором. RAM забезпечує швидкий доступ до даних, що є важливим для продуктивності комп'ютера. Пам'ять є невід'ємною частиною комп'ютерної системи, що дозволяє зберігати дані та інструкції. Існує багато типів пам'яті, кожен з яких має свої фізичні принципи роботи, переваги та недоліки.

SRAM (Static RAM): Кожен біт даних зберігається за допомогою тригера, який складається з кількох транзисторів (зазвичай 4-6). SRAM є дуже швидкою, але дорогою та енергоємною, тому використовується переважно для кеш-пам'яті процесора.

DRAM (Dynamic RAM): Кожен біт даних зберігається у вигляді електричного заряду в конденсаторі. Оскільки конденсатори з часом розряджаються, DRAM потребує періодичного оновлення (регенерації) заряду. DRAM є повільнішою за SRAM, але значно дешевшою та має більшу щільність, тому використовується як основна оперативна пам'ять у комп'ютерах (наприклад, DDR4, DDR5).

2. Енергонезалежна пам'ять (Flash) Флеш-пам'ять (Flash Memory)

Флеш-пам'ять – це енергонезалежна пам'ять, що означає, що вона зберігає дані навіть без живлення. Вона широко використовується в SSD-накопичувачах, USB-флешках, картах пам'яті та вбудованих системах.

Використовує транзистори з плаваючим затвором (Floating Gate). Електрони «заганяються» на ізольований затвор за допомогою квантового тунелювання або

інжекції гарячих носіїв. Навіть після вимкнення живлення електрони залишаються там роками, блокуючи провідність транзистора, що інтерпретується як збережений біт. Принцип роботи флеш-пам'яті ґрунтується на використанні плаваючих затворів (floating gate). Кожен біт даних зберігається у вигляді електричного заряду, захопленого на ізольованому затворі транзистора. Наявність або відсутність заряду на плаваючому затворі визначає логічний стан (0 або 1). Заряд може залишатися на затворі протягом тривалого часу без живлення.

Сучасні технології дозволяють використовувати два основні типи флеш-пам'яті.

NOR Flash дозволяє довільний доступ до окремих байтів, що робить її ідеальною для зберігання коду програм (наприклад, BIOS/UEFI). Швидка для читання, але повільна для запису та стирання.

NAND Flash дозволяє доступ до даних блоками, що робить її більш ефективною для зберігання великих обсягів даних (наприклад, у SSD). Швидша для запису та стирання, ніж NOR Flash, і має вищу щільність зберігання.

8.5. Процесори та їх фізична реалізація

Процесор (CPU - Central Processing Unit) є «мозком» комп'ютера, відповідальним за виконання інструкцій програм та обробку даних. Його фізична реалізація є надзвичайно складною та базується на мільярдах транзисторів, інтегрованих на одному кристалі кремнію.

Процесори виготовляються за допомогою складних процесів фотолітографії на кремнієвих пластинах. Цей процес включає багаторазове нанесення та травлення шарів матеріалів (напівпровідників, металів, діелектриків) для створення мільярдів транзисторів та з'єднань. Розмір транзисторів постійно зменшується (наприклад, до 7 нм або 5 нм), що дозволяє розміщувати більше транзисторів на одному кристалі, збільшуючи продуктивність та зменшуючи енергоспоживання. Закон Мура (хоча і сповільнюється) історично описував

тенденцію подвоєння кількості транзисторів на інтегральній схемі приблизно кожні два роки, що призводило до експоненційного зростання обчислювальної потужності.

Тактова частота це швидкість, з якою транзистори можуть перемикатися. Вона обмежена часом, необхідним для перезарядки ємностей затворів та поширення сигналу по кристалу.

Найдовший ланцюжок логічних елементів, який сигнал має пройти за один такт називають - критичний шлях. Саме він визначає максимальну частоту процесора.

На фізичному рівні виділяють такі основні компоненти процесора:

- **Ядра (Cores):** Кожне ядро є по суті мініатюрним процесором, здатним виконувати інструкції незалежно. Сучасні процесори мають кілька ядер для паралельної обробки завдань.

- **Арифметико-логічний пристрій (ALU - Arithmetic Logic Unit):** Виконує арифметичні операції (додавання, віднімання) та логічні операції (І, АБО, НЕ). Це серце будь-якого обчислення.

- **Регістри (Registers):** Маленькі, надшвидкісні комірки пам'яті всередині процесора, які використовуються для тимчасового зберігання даних, що активно обробляються. Вони є найшвидшим типом пам'яті в комп'ютері.

- **Кеш-пам'ять (Cache Memory):** Швидка пам'ять SRAM, розташована безпосередньо на кристалі процесора або дуже близько до нього. Вона зберігає копії даних з основної пам'яті, до яких процесор, ймовірно, звернеться найближчим часом, значно прискорюючи доступ до даних. Кеш зазвичай організований у кілька рівнів (L1, L2, L3), де L1 є найшвидшим і найменшим.

- **Блок керування (Control Unit):** Інтерпретує інструкції програми та генерує керуючі сигнали для інших компонентів процесора, координуючи їхню роботу.

- **Блок передбачення розгалужень (Branch Predictor):** Намагається вгадати, який шлях виконання коду буде обрано після умовного переходу, щоб

процесор міг заздалегідь завантажити потрібні інструкції та дані, мінімізуючи затримки.

Компоненти комп'ютера взаємодіють між собою через шини даних – електричні доріжки, що з'єднують компоненти. На фізичному рівні це супроводжується рухом зарядів та створенням електричних полів.

Питання цілісності сигналу та електромагнітної сумісності (ЕМС) є критичним для сучасних високошвидкісних комп'ютерних систем.

При низьких частотах електричний струм тече рівномірно по всьому перерізу провідника. Проте зі збільшенням тактової частоти (яка у сучасних процесорах та шинах досягає ГГц) виникає ефект «витіснення» струму. Змінне магнітне поле всередині провідника створює вихрові струми, які виштовхують основний потік електронів до зовнішньої поверхні (Ефект шкіри (Skin effect)) провідника.

Оскільки для проходження струму використовується лише тонка поверхнева частина доріжки, ефективний опір провідника зростає. Збільшення опору призводить до додаткового виділення тепла, що посилює проблеми термотротлінгу та енергоспоживання, описані в літературі. На високих частотах (як у PCIe 5.0) сигнал згасає швидше, що ускладнює його розпізнавання як логічного «0» або «1» на іншому кінці шини.

Коли по одній доріжці шини передається високочастотний сигнал, навколо неї створюється інтенсивне змінне електромагнітне поле. Це поле індукуює (наводить) небажану напругу на сусідніх доріжках.

У сучасних системах доріжки розташовані надзвичайно щільно для забезпечення компактності. Це призводить до того, що сигнал в одному каналі може помилково змінити рівень напруги в сусідньому, перетворюючи логічний «0» на «1» і викликаючи помилки в обчисленнях. Ці проблеми виникають у DDR5/PCIe 5.0.

Явище «паразитна ємність» тісно пов'язане зі ємністю конденсаторів. Електромагнітний зв'язок між сусідніми провідниками діє як небажаний

конденсатор, який накопичує заряд і заважає швидкому перемиканню станів транзисторів.

Для запобігання втраті даних через описані вище поля інженери використовують методи фізичного захисту та архітектурної оптимізації.

Використання заземлених металевих шарів у багатошарових друкованих платах. Ці шари діють як «щити», що поглинають електромагнітні поля від високошвидкісних ліній, не даючи їм впливати на сусідні компоненти.

У стандартах PCIe дані передаються по двох провідниках одночасно з протилежними фазами. Це дозволяє системі ігнорувати зовнішні завади, оскільки перешкода впливає на обидва провідники однаково, а логічне значення визначається різницею напруг між ними.

Цілісність сигналу в системах DDR5 та PCIe 5.0 – це боротьба з побічними фізичними ефектами високої частоти. Хоча джерела описують ідеалізоване представлення «0» та «1» через напругу, на практиці швидке перемикання мільярдів транзисторів створює складне електромагнітне середовище, яке потребує ретельного фізичного проектування.

8.6. Майбутнє комп'ютерних систем: Фотоніка та нові парадигми

Зі зростанням вимог до швидкості обробки даних, пропускної здатності та енергоефективності, традиційна електроніка наближається до своїх фізичних меж. Фотоніка, як галузь, щовивчає генерацію, детектування та маніпуляцію світлом, пропонує фундаментальні переваги та відкриває нові горизонти для розвитку комп'ютерних систем.

8.6.1. Кремнієва фотоніка (Silicon Photonics)

Кремнієва фотоніка є тією технологією, що дозволяє інтегрувати оптичні компоненти (хвилеводи, модулятори, детектори) безпосередньо на кремнієві чіпи, використовуючи стандартні процеси виробництва напівпровідників (CMOS). Це забезпечує безшовну інтеграцію фотоніки з традиційною електронікою, що є визначальним для створення гібридних оптико-електронних систем.

Кремнієва фотоніка володіє рядом переваг. Висока пропускна здатність оскільки світлові сигнали можуть передавати значно більше даних за одиницю часу порівняно з електричними сигналами. Низьке енергоспоживання при передачі даних за допомогою світла потребує менше енергії, особливо на великих відстанях та високих швидкостях, що є важливим для зниження енергоспоживання центрів обробки даних.

Оптичні з'єднання забезпечують менші затримки сигналу, що покращує загальну продуктивність системи. Можливість інтеграції мільйонів оптичних компонентів на одному чіпі.

Вуглецеві нанотрубки (Carbon Nanotubes – CNT) це ще один із трендів удосконалення комп'ютерних технологій. Зменшення техпроцесу (наприклад, до 5 нм) дозволяє збільшувати продуктивність, але призводить до зростання струмів витоку та тепловиділення. Вуглецеві нанотрубки розглядаються як потенційна заміна кремнієвим каналам у транзисторах MOSFET.

На відміну від кремнію, нанотрубки мають надзвичайно високу електронну рухливість. Це означає, що електрони можуть рухатися крізь них майже без зіткнень (балістичний транспорт), що мінімізує опір.

Нанотрубки мають діаметр близько 1–2 нм, що дозволяє створювати транзистори набагато менші за ті, що обмежені атомною структурою кремнію.

Завдяки кращим провідним властивостям, транзистори на нанотрубках можуть працювати при значно меншій напрузі що призводить до значного зменшення динамічного енергоспоживання.

В сучасних системах інформація представлена напругою, а її обробка пов'язана з рухом зарядів і перезарядкою ємностей, що генерує тепло. Спінтроніка (Spintronic Computing) пропонує принципово інший підхід - використання спіну.

У спінтроніці логічні «0» та «1» кодуються не наявністю чи відсутністю електричного заряду, а напрямком спіну електрона (магнітним моментом: «вгору» або «вниз»). Такий підхід **радикально** знижує $P_{dynamic}$, оскільки для зміни стану не потрібно фізично переміщати масу електронів через весь канал провідника (як це описано в розділі про рух зарядів у джерелах), енергія на перемикання витрачається мінімально. Це дозволяє майже повністю усунути складник $P_{dynamic}$, пов'язаний із зарядкою паразитної ємності C .

Подібно до Flash-пам'яті, яка використовує плаваючий затвор для зберігання даних без живлення, спінтронні пристрої зберігають стан спіну стабільно. Це дозволяє створювати процесори, які не споживають енергію в стані спокою нульове статичне енергоспоживання P_{static} .

Спінтроніка дозволяє створювати пристрої, де обчислення та зберігання даних відбуваються в одному місці (Logic-in-Memory), що усуває затримки на передачу сигналів по шинах даних.

Впровадження вуглецевих нанотрубок та спінтроніки є відповіддю на виклики, описані у ваших джерелах: необхідність відведення тепла, подолання квантового тунелювання та зменшення розмірів компонентів. Ці технології дозволять обійти межу закону Мура, використовуючи глибші квантові властивості матерії.

8.6.2. Оптичні інтерконекти (Optical Interconnects)

Одним з найбільш значущих застосувань фотоніки є оптичні інтерконекти, які замінюють традиційні мідні з'єднання в комп'ютерних системах. Вони відіграють вирішальну роль у центрах обробки даних (ЦОД) та високопродуктивних обчисленнях (HPC), де необхідно передавати величезні обсяги даних між процесорами, пам'яттю та мережевими пристроями.

Co-Packaged Optics (CPO) це передовий підхід, який передбачає інтеграцію оптичних трансиверів безпосередньо в один корпус з електронними чіпами (наприклад, CPU або GPU). CPO значно скорочує довжину електричних доріжок, усуває потребу в потужних цифрових сигнальних процесорах (DSP) та забезпечує високу щільність пропускну здатності, низьку затримку та енергоефективність. Очікується, що ринок оптичних інтерконектів значно зросте в найближчі роки, досягнувши мільярдів доларів до 2035 року.

Фотоніка також відкриває нові можливості для прискорення обчислень, пов'язаних зі штучним інтелектом (Photonic AI Accelerators), зокрема операцій матричного множення, які є основою багатьох алгоритмів машинного навчання. Фотонні прискорювачі III використовують світло для виконання цих операцій, пропонуючи значні переваги у швидкості та енергоефективності.

Фотонні чіпи можуть виконувати матричні операції безпосередньо в оптичній області, використовуючи явища інтерференції та дифракції світла. Це дозволяє обробляти дані паралельно та з надзвичайно високою швидкістю, мінімізуючи при цьому споживання енергії.

Використання фотонів як кубітів для створення квантових комп'ютерів, що може революціонізувати обчислення для певних типів задач.

Розробка оптичних систем, які імітують структуру та функціонування людського мозку (нейроморфні), для створення більш ефективних та адаптивних систем III.

Швидкість передачі сигналів між компонентами комп'ютера у вигляді електричних імпульсів фундаментально обмежена швидкістю світла в матеріалі провідника. Оскільки традиційна архітектура, заснована на мідних шинах даних, стикається з проблемами тепловиділення та затримок, фотоніка розглядається як перспективний напрям розвитку.

В оптоволоконних кабелях замість руху зарядів і електричних полів, описаних у джерелах для фізичного рівня, використовується рух фотонів. В кабелі створюються умови для виникнення повного внутрішнього відбиття. Це явище, за якого світловий промінь, падаючи на межу розділу двох прозорих середовищ (скляне ядро та оболонка волокна) під кутом, більшим за критичний, не виходить назовні, а повністю відбивається назад у ядро. Це дозволяє передавати дані на величезні відстані з мінімальним згасанням і на швидкостях, що максимально наближені до фізичної межі c (швидкості світла).

Однією з головних проблем сучасних систем є динамічне енергоспоживання $P_{dynamic}$, яке витрачається на зарядку та розрядку паразитної ємності C металевих провідників. Оптичні інтерконекти пропонують вирішення цієї проблеми. Шини даних у вигляді мідних доріжок на друкованих платах мають опір і ємність, що призводить до виділення тепла. Заміна їх на нанофотонні канали (світловоди прямо на кристалі) дозволяє уникнути цих втрат.

Оскільки фотони не мають електричного заряду, вони не створюють «струмів витоку» та не потребують такої енергії для подолання ємності затворів, як електрони в CMOS-схемах. Це допомагає уникнути термотротлінгу – примусового зниження частоти через перегрів.

Оптичні сигнали дозволяють використовувати спектральне ущільнення (передачу багатьох сигналів різного кольору по одному каналу одночасно). Це значно перевищує можливості звичайних шин даних, описаних у джерелах, і є частиною архітектурної оптимізації для майбутніх комп'ютерних систем.

Впровадження фотоніки на рівні чіпа відповідає згаданому пошуку нових матеріалів (поза межами кремнію) для створення більш ефективних обчислювальних систем.

8.6.3. Квантові системи

На відміну від класичного комп'ютера, де інформація представлена як 0 або 1 (низька або висока напруга), квантовий комп'ютер використовує кубіти (квантові біти). В основі роботи квантових систем лежить два фізичні процеси: суперпозиція та заплутаність.

Суперпозиція це здатність квантової системи перебувати у двох станах одночасно. Якщо класичний біт – це монета, що лежить або «гербом», або «цифрою», то кубіт у суперпозиції – це монета, що обертається, поєднуючи обидва стани, доки ми не проведемо вимірювання. Це дозволяє квантовому комп'ютеру обробляти колосальні обсяги даних паралельно.

Квантова заплутаність це явище, за якого два або більше кубітів стають настільки взаємопов'язаними, що стан одного миттєво залежить від стану іншого, незалежно від відстані між ними. Це дозволяє кубітам працювати як єдина злагоджена система, що експоненціально збільшує обчислювальну потужність при додаванні кожного нового кубіта.

У той час як сучасні процесори базуються на кремнієвих транзисторах і технології CMOS, квантові процесори потребують зовсім інших фізичних платформ.

Надпровідні ланцюги (Superconducting loops) це найбільш розвинена технологія (використовується IBM та Google). Кубіти створюються за допомогою мікроскопічних петель із надпровідного матеріалу, де струм може текти вічно без опору. Для роботи вони потребують екстремального охолодження до температур, близьких до абсолютного нуля (-273°C), що значно складніше за системи охолодження звичайних ЦОД.

Іонні пастки (Trapped Ions). У цій моделі кубітами є окремі атоми (іони), які утримуються у вакуумі за допомогою електромагнітних полів. Маніпуляція станами таких кубітів здійснюється за допомогою точних лазерних імпульсів.

Фотоніка (Photonic quantum computing) використовує окремі частинки світла – фотони – як носії інформації. Оскільки фотони слабо взаємодіють із навколишнім середовищем, такі системи потенційно можуть працювати при кімнатній температурі, уникаючи проблем із тепловиділенням, критичних для кремнієвих чіпів.

Хоча класична мікроелектроніка стикається з квантовими ефектами як з перешкодою при мініатюризації, квантові обчислення використовують ці самі ефекти для створення систем, здатних вирішувати завдання, недоступні навіть найпотужнішим сучасним суперкомп'ютерам.

У літературі квантові ефекти, зокрема квантове тунелювання, розглядаються переважно у двох аспектах: як фізична межа закону Мура, що заважає роботі надмалих транзисторів, та як механізм для запису даних у флеш-пам'яті. Проте перехід від класичних бітів до квантових відкриває абсолютно нові можливості для обчислень.

8.6.4 Енергоспоживання та тепловиділення

Зі зростанням складності та продуктивності комп'ютерних систем, енергоспоживання та тепловиділення стають одними з найважливіших фізичних обмежень та інженерних викликів. Кожен транзистор, перемикаючись, споживає енергію і виділяє тепло.

Основна формула потужності в CMOS-схемах: $P = P_{\text{static}} + P_{\text{dynamic}}$

Динамічне енергоспоживання P_{dynamic} виникає під час перемикання транзистора. Енергія витрачається на зарядку/розрядку паразитної ємності C провідників та затворів. Це енергоспоживання прямо пропорційне частоті роботи процесора, квадрату напруги живлення та кількості перемикань транзисторів $P_{\text{dynamic}} = CV^2f$. Де V – напруга, f – частота. Саме тому розгін процесора (збільшення f та V) призводить до різкого зростання тепловиділення.

Навіть коли транзистор «закритий», через нього тече мікроскопічний струм відбувається статичне енергоспоживання (струми витоку). При мільярдах транзисторів ці витоки стають значними, особливо при зменшенні техпроцесу. Зі зменшенням розмірів транзисторів та напруги живлення, статичне енергоспоживання стає все більш значущим, особливо для мобільних пристроїв.

Якщо тепло не відводити, температура кристала зростає до критичної (понад 100°C), що призведе до руйнування структури напівпровідника або спрацювання термозахисту (throttling – примусове зниження частоти). Виділене тепло повинно ефективно відводитися від компонентів, інакше їхня температура зростає до критичних значень, що призведе до збоїв у роботі, зниження продуктивності (термотротлінг) або навіть фізичного пошкодження. Високі температури також прискорюють деградацію матеріалів, скорочуючи термін служби пристроїв.

На практиці реалізовується кілька методів управління енергоспоживанням та тепловиділенням.

Активні (вентилятори, радіатори, рідинне охолодження) та пасивні (радіатори без вентиляторів) утворюють системи охолодження які використовуються для відведення тепла від процесорів, відеокарт та інших компонентів.

Зменшення розміру транзисторів дозволяє знизити робочу напругу та ємності, що зменшує динамічне енергоспоживання.

Процесори можуть динамічно управляти своєю тактовою частотою та напругою живлення (Dynamic Voltage and Frequency Scaling - DVFS) залежно від навантаження, це дає можливість оптимізувати баланс між продуктивністю та енергоспоживанням.

Розробка більш енергоефективних архітектур процесорів, використання спеціалізованих прискорювачів (наприклад, для ІІІ), які ефективніше виконують певні завдання з меншим енергоспоживанням.

Дослідження нових матеріалів (наприклад, графен, нітрид галію) для створення транзисторів, які матимуть менші струми витоку та кращі теплові характеристики.

Енергоспоживання та тепловиділення є критичними факторами при проектуванні центрів обробки даних (ЦОД), де витрати на електроенергію та охолодження можуть становити значну частину операційних витрат. Оптимізація цих аспектів є постійним завданням для інженерів та дослідників у галузі комп'ютерних систем.

Приклади розв'язування задач до розділу 8

Задача 1. Оптимізація динамічної потужності $P_{dynamic}$

Динамічне енергоспоживання прямо пропорційне частоті f та квадрату напруги V^2 . Обчислити, як зміниться потужність, якщо ми зменшимо напругу на 15%, але збільшимо частоту на 20% для підвищення продуктивності. Побудувати поверхню залежності потужності від обох параметрів.

```
library(ggplot2)

# Початкові параметри (умовні одиниці)
V <- seq(0.8, 1.2, by = 0.05) # Вектор напруги
f <- seq(1.0, 4.0, by = 0.2) # Вектор частоти (ГГц)
C <- 1e-12 # Ємність (Ф)

# Створення сітки значень
grid <- expand.grid(Voltage = V, Frequency = f)
grid$Power <- C * grid$Voltage^2 * (grid$Frequency * 1e9)

# Візуалізація залежності
ggplot(grid, aes(x = Frequency, y = Power, color = as.factor(Voltage))) +
  geom_line(linewidth = 1) +
  labs(title = "Залежність динамічної потужності від частоти та напруги",
        x = "Частота (ГГц)", y = "Потужність (Вт)", color = "Напруга (В)") +
```

```

theme_minimal()
# Розрахунок конкретного сценарію: V -15%, f +20%
P_orig <- 1.0^2 * 1.0
P_new <- (1.0 * 0.85)^2 * (1.0 * 1.2)
cat("Зміна потужності:", (P_new - P_orig) / P_orig * 100, "%")

```

Задача 2. Моделювання розряду конденсатора в DRAM

У DRAM біт зберігається як заряд у конденсаторі, який розряджається з часом і потребує регенерації. Змоделювати криву розряду $V(t) = V_0 * e^{-t/RC}$ та визначити «вікно регенерації», доки напруга не впала нижче порогу логічної «1» (0.8В).

```

# Параметри
V0 <- 1.2 # Початкова напруга (В)
R <- 1e9 # Опір витoku (Ом)
C <- 15e-15 # Ємність комірки (Ф)
threshold <- 0.8 # Поріг розпізнавання "1"
t <- seq(0, 1e-4, length.out = 1000) # Час у секундах
V_t <- V0 * exp(-t / (R * C))
# Пошук моменту критичного розряду
critical_time <- t[which(V_t < threshold)]

# Візуалізація
plot(t * 1e6, V_t, type = "l", col = "blue", lwd = 2,
     xlab = "Час (мікросекунди)", ylab = "Напруга (В)",
     main = "Розряд комірки DRAM")
abline(h = threshold, col = "red", lty = 2)
abline(v = critical_time * 1e6, col = "darkgreen", lty = 3)
legend("topright", legend=c("Напруга", "Поріг 0.8В"), col=c("blue", "red"),
      lty=1:2)

```

Задача 3. Ефективність ієрархії кеш-пам'яті (AMAT)

Процесори використовують кілька рівнів кешу (L1, L2, L3) для прискорення доступу до даних, оскільки SRAM швидша за DRAM. Розрахувати середній час доступу до пам'яті (AMAT) для вектора різних значень Hit Rate кешу L1.

```
# Час доступу (в тактах)
```

```
T_L1 <- 4
```

```
T_L2 <- 12
```

```
T_RAM <- 200
```

```
# Вектор ймовірностей попадання в L1
```

```
hit_rates_L1 <- seq(0.8, 0.99, by = 0.01)
```

```
hit_rate_L2 <- 0.5 # Фіксована ймовірність для L2
```

```
# Формула AMAT для двох рівнів:  $T_{L1} + (1 - \text{Hit}_{L1}) * (T_{L2} + (1 - \text{Hit}_{L2}) * T_{RAM})$ 
```

```
amat <- T_L1 + (1 - hit_rates_L1) * (T_L2 + (1 - hit_rate_L2) * T_RAM)
```

```
# Візуалізація
```

```
df <- data.frame(HitRate = hit_rates_L1, AMAT = amat)
```

```
ggplot(df, aes(x = HitRate, y = AMAT)) +
```

```
  geom_point() + geom_line(color = "darkred") +
```

```
  labs(title = "Вплив Hit Rate L1 на середній час доступу до пам'яті",
```

```
        x = "Hit Rate L1", y = "AMAT (цикли)") +
```

```
  theme_light()
```

Задача 4. Закон Мура та щільність транзисторів

Кількість транзисторів на кристалі подвоюється кожні два роки. Змодельювати експоненціальне зростання кількості транзисторів від 1971 року до

сьогодні та порівняти з реальними даними (наприклад, 2300 для Intel 4004 та 50 млрд для сучасних чіпів).

```
# Моделювання за законом Мура
years <- seq(1971, 2024, by = 2)
moore_count <- 2300 * 2^((years - 1971) / 2)

# Створення датафрейму
moore_data <- data.frame(Year = years, Transistors = moore_count)

# Побудова графіка з логарифмічною шкалою
ggplot(moore_data, aes(x = Year, y = Transistors)) +
  geom_area(fill = "skyblue", alpha = 0.4) +
  geom_line(color = "blue", size = 1) +
  scale_y_log10(labels = scales::comma) +
  labs(title = "Прогноз зростання кількості транзисторів (Закон Мура)",
        x = "Рік", y = "Кількість транзисторів (log10)") +
  theme_minimal()
```

Задача 5. Затримка сигналу через довжину провідника

Швидкість передачі сигналів обмежена швидкістю світла в матеріалі провідника $v \approx 2/3c$. Створити функцію, яка обчислює затримку сигналу (latency) для різних довжин доріжок на материнській платі (від 1 мм до 30 см) та візуалізувати, як ця затримка співвідноситься з періодом тактового генератора 4 ГГц процесора.

```
# Параметри
c <- 3e8 # Швидкість світла (м/с)
v_signal <- c * (2/3) # Швидкість у мідному провіднику
f_cpu <- 4e9 # Частота процесора 4 ГГц
t_cycle <- 1 / f_cpu # Період одного такту (с)

lengths <- seq(0.001, 0.3, length.out = 100) # Довжина від 1мм до 30см
latency <- lengths / v_signal
```

```
# Візуалізація
plot(lengths * 100, latency * 1e12, type = "l", lwd = 2, col = "purple",
      xlab = "Довжина доріжки (см)", ylab = "Затримка (пікосекунди)",
      main = "Фізична затримка сигналу на шині")
abline(h = t_cycle * 1e12, col = "red", lty = 2)
text(15, t_cycle * 1e12 + 20, "Тривалість 1 такту (4 ГГц)", col = "red")
# Висновок: скільки тактів втрачається на 20 см доріжці?
cat("Затримка на 20 см у тактах процесора:", (0.2 / v_signal) / t_cycle)
```

Ці задачі демонструють зв'язок між фізичними параметрами (напруга, ємність, швидкість світла) та продуктивністю комп'ютерних систем.

Інтегровані завдання до розділу 8

Завдання 1. Моделювання дискретизації напруги (Binary Representation)

У сучасних системах напруга поблизу V_{cc} (наприклад, 1.2В) – це «1», а поблизу 0В – «0». Створіть вектор із 100 випадкових значень напруги від 0 до 1.5В. Напишіть функцію, яка класифікує їх як «0», «1» або «Undefined» (якщо значення в межах 0.4В–0.8В). Використайте `ifelse()` та побудуйте гістограму розподілу станів.

Завдання 2. Розрахунок динамічної потужності $P_{dynamic}$

Динамічне енергоспоживання залежить від ємності C , квадрата напруги V^2 та частоти f . Нехай $C = 10^{-12}$ Ф, f змінюється від 1 ГГц до 5 ГГц. Створіть вектор частот. Розрахуйте вектори потужності для двох значень напруги: 1.0В та 1.2В. Візуалізуйте графік залежності $P(f)$ для обох випадків.

Завдання 3. Експоненціальне зростання за законом Мура

Кількість транзисторів подвоюється кожні 2 роки. У 1971 році їх було ~2300. Створіть вектор років від 1971 до 2023. Обчисліть прогнозовану кількість транзисторів. Побудуйте графік у логарифмічній шкалі `scale_y_log10()`.

Завдання 4. Розряд конденсатора в DRAM

У DRAM біт зберігається як заряд у конденсаторі, який з часом розряджається. Модель розряду: $V(t) = V_0 \cdot e^{-t/RC}$. Нехай $V_0 = 1.2\text{В}$, $R = 10^9\text{ Ом}$, $C = 15 \cdot 10^{-15}\text{ Ф}$. Створіть вектор часу t (у наносекундах). Побудуйте графік падіння напруги та визначте момент (через `which()`), коли напруга впаде нижче порогу 0.8В , що вимагає регенерації.

Завдання 5. Швидкість поширення сигналу в провіднику

Швидкість сигналу обмежена швидкістю світла в матеріалі $v = 2 \cdot 10^8\text{ м/с}$. Створіть вектор довжин доріжок на материнській платі від 1 см до 20 см. Обчисліть час затримки (latency) у пікосекундах. Візуалізуйте лінійну залежність.

Завдання 6. Ефективність кеш-пам'яті (SRAM vs DRAM)

Час доступу до L1 кешу (SRAM) – 1 нс, до DRAM – 100 нс. Створіть вектор «ймовірності попадання в кеш» (Hit Rate) від 0.8 до 0.999. Розрахуйте середній час доступу: $T_{avg} = Hit \cdot T_{SRAM} + (1 - Hit) \cdot T_{DRAM}$. де:

- T_{avg} – середній час доступу до пам'яті;
- Hit – коефіцієнт влучень кешу (cache hit rate);
- T_{SRAM} – час доступу до кеш-пам'яті (SRAM);
- T_{DRAM} – час доступу до основної пам'яті (DRAM).

Побудуйте графік залежності T_{avg} від Hit Rate.

Завдання 7. Статичне енергоспоживання (Струми витоку)

Зі зменшенням техпроцесу статична потужність P_{static} зростає через струми витоку. Змодельуйте ситуацію, де на один транзистор витік становить 10^{-9} Вт. Створіть вектор кількості транзисторів від 10^6 до 10^9 . Обчисліть сумарну статичну потужність і порівняйте її на графіку з типовою динамічною потужністю 50 Вт.

Завдання 8. Аналіз тактової частоти та критичного шляху

Тактова частота $f_{max} = \frac{1}{T_{critical}}$ – затримка на найдовшому ланцюжку логічних елементів. $T_{critical}$ – час проходження сигналу через **критичний шлях** (critical path), тобто найдовший шлях поширення сигналу в комбінаційній логіці між двома послідовними елементами пам'яті (тригерами). Створіть вектор, що представляє 1000 різних процесорних ядер з випадковими затримками критичного шляху (нормальний розподіл, $\mu=0.25$ нс, $\sigma=0.05$). Обчисліть вектор максимальних частот у ГГц. Побудуйте гістограму частот.

Завдання 9. Вольт-амперна характеристика CMOS інвертора

CMOS інвертор складається з n-MOS та p-MOS транзисторів. Змодельуйте передавальну характеристику VTC. Створіть вектор V_{in} від 0 до 1.2В. Використовуйте сигмоїдальну функцію (наприклад, `plogis()`), щоб імітувати перемикання V_{out} . Візуалізуйте поріг перемикання.

Завдання 10. Моделювання термотротлінгу (Thermal Throttling)

При досягненні температури 100°C процесор знижує частоту. Температура росте пропорційно частоті $T=T_{amb}+k*f$. Створіть цикл або векторну операцію, де частота f росте лінійно, але «зрізається» наполовину, як тільки $T > 100$. Побудуйте графік залежності реальної частоти від цільової.

Завдання 11. Щільність запису NAND Flash

NAND Flash дозволяє зберігати дані блоками. Розмір комірки зменшується з кожним поколінням (нм). Маючи вектор розмірів техпроцесу (22нм, 14нм, 10нм, 7нм, 5нм), розрахуйте умовну кількість транзисторів на площі 1mm^2 , вважаючи, що площа одного транзистора $A \propto \text{size}^2$. Візуалізуйте зростання щільності стовпчиковою діаграмою.

Завдання 12. Надійність зберігання даних у Flash

Електрони на плаваючому затворі залишаються роками, але мають ймовірність витоку. Створіть модель деградації заряду за 10 років (вектор по місяцях). Використовуйте випадкове блукання (random walk) з негативним трендом. Визначте візуально, коли заряд перетне межу читання біта.

Завдання 13. Багатоядерність та паралелізм

Сучасні процесори мають багато ядер для паралельної обробки. Створіть вектор кількості ядер N in $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$. Розрахуйте прискорення за законом Амдала для частки коду, що паралелиться $P=0.95$. Візуалізуйте графік прискорення (Speedup).

Завдання 14. Пропускна здатність шини даних

Шина з'єднує компоненти і має певну ширину (біт) та частоту. Створіть матрицю (heatmap), де по осях – ширина шини (8, 16, 32, 64 біт) та частота (100–3200 МГц). Значення в комірках – пропускна здатність у Гб/с.

Завдання 15. Квантове тунелювання (Межа закону Мура)

При розмірах менше 5 нм електрони можуть «просочуватися» крізь затвор. Створіть вектор товщини діелектрика від 10 нм до 0.5 нм. Розрахуйте ймовірність тунелювання (спрощена модель $Prob = k \cdot e^{-d}$). Побудуйте графік, що ілюструє експоненціальне зростання помилок при мініатюризації.

Контрольні питання до розділу 8

1. Що таке комп'ютер на найфундаментальнішому фізичному рівні?
2. Як фізично реалізуються логічна «1» та логічний «0» у сучасних комп'ютерних системах?
3. Назвіть три фундаментальні фізичні процеси, на яких базується робота комп'ютера.
4. Яка фізична величина найчастіше використовується для представлення дискретних значень у комп'ютері?
5. Чим обмежена швидкість передачі електричних сигналів між компонентами комп'ютера?
6. Чому напівпровідники, зокрема кремній, є основою для створення сучасних комп'ютерних компонентів?
7. Яку функцію виконує тактовий генератор у синхронізації роботи комп'ютера?
8. Опишіть рівні абстракції комп'ютера: від фізичного до архітектурного.
9. Які основні компоненти архітектури комп'ютера взаємодіють між собою на фізичному рівні через шини даних?
10. Що таке логічний вентиль і які базові операції він виконує?
11. Яка технологія є основою сучасної цифрової техніки?
12. Поясніть принцип роботи польового транзистора (MOSFET) як керованого перемикача.
13. Яка роль затвора (Gate) у роботі транзистора MOSFET?
14. У чому полягає фізична відмінність між транзисторами n-типу та p-типу?
15. Як реалізується логічний елемент НЕ (інвертор) за технологією CMOS?
16. Чому CMOS-схеми забезпечують низьке енергоспоживання у статичному стані?
17. Які логічні елементи є універсальними (базовими), з яких можна побудувати будь-яку складну схему?

18. Що таке інтегральна схема та які переваги вона надає?
19. Сформулюйте закон Мура та назвіть фізичну межу його дії.
20. Які квантові ефекти починають заважати роботі транзистора при наближенні до розмірів атома?
21. У чому полягає фізична різниця між енергозалежною та енергонезалежною пам'яттю?
22. Як фізично зберігається біт даних у статичній оперативній пам'яті (SRAM)?
23. Опишіть принцип зберігання інформації в динамічній пам'яті (DRAM).
24. Чому пам'ять типу DRAM потребує періодичної регенерації заряду?
25. Порівняйте SRAM та DRAM за швидкістю, вартістю та сферою застосування.
26. Який фізичний принцип лежить в основі роботи флеш-пам'яті (Flash Memory)?
27. Що таке «плаваючий затвор» (Floating Gate) і як він зберігає дані без живлення?
28. Поясніть різницю між архітектурами NOR Flash та NAND Flash.
29. Який тип флеш-пам'яті є ефективнішим для SSD-накопичувачів і чому?
30. За допомогою якого процесу виготовляються сучасні мікропроцесори?
31. Як зменшення техпроцесу (наприклад, до 5 нм) впливає на продуктивність та енергоспоживання?
32. Що таке «критичний шлях» у процесорі та як він обмежує тактову частоту?
33. Яка роль арифметико-логічного пристрою (ALU) в структурі ядра?
34. Чому регістри є найшвидшим типом пам'яті в комп'ютері?
35. Як організована кеш-пам'ять процесора та які фізичні принципи вона використовує для прискорення доступу?
36. Яку функцію виконує блок передбачення розгалужень (Branch Predictor)?

37. Запишіть та поясніть формулу динамічного енергоспоживання в CMOS-схемах.

38. Що таке «струми витоку» і як вони впливають на статичне енергоспоживання?

39. Що таке термотротлінг (throttling) і за яких умов він спрацьовує?

40. Які існують методи управління енергоспоживанням та тепловиділенням на рівні архітектури та матеріалів?

ЛІТЕРАТУРА

1. Martinez-Velasco J., Casals-Torrens P., Bosch-Tous R., Serrano-Fontova A. Power System Studies Using Open-Access Software. 2026. 54 p. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2603.23103>
2. Антоняк О. Т. Загальна фізика. Основи електрики і магнетизму: навч. посібник. Львів : Вид. центр ЛНУ ім. І. Франка, 2009. 240 с. ISBN 978-966-613-664-3
3. Бойко В. В., Булах Г. І., Гуменюк Я. О. (за ред. В. В. Бойка). Фізика. Частина І. Механіка. Молекулярна фізика та термодинаміка. Електрика : навч. посібник. 3-тє вид., перероб. і доп. Київ : ВЦ «Азбука», 2012. 371 с.
4. Бойко В. В., Булах Г. І., Гуменюк Я. О. Фізика. Частина ІІ. Електромагнетизм. Електромагнітні коливання та хвилі. Оптика. Елементи квантової фізики, фізики твердого тіла, атома та ядра : навч. посібник / за ред. В. В. Бойка. 3-тє вид., перероб. і доп. Київ : ВЦ «Азбука», 2012. 319 с.
5. Бойко В. В., Сукач Г. О., Кідалов В. В. Фізика: підручник для студентів нефізичних спеціальностей вищих навчальних закладів. Донецьк : ТОВ «Юго-Восток, Лтд», 2012. 488с.
6. Венгреневич Р. Д., Стасик М. Ю. Курс фізики : у 3-х ч. Ч. 2. Електрика та магнетизм : навч. посіб. / за ред. Р. Д. Венгреневича. Чернівці : Видавничий дім «Букрек», 2008. 456 с. ISBN 978-966-399-124-5
7. Гейміфікація освітнього процесу: можливості для мотивації та залучення студентів / Ясінський А. М., Соловей Л. Я., Кундос М. Г., В. А. Ковальчук // Актуальні питання та перспективи інноваційного розвитку науки та освіти в умовах євроінтеграції: матеріали Міжнар. наук.-практ. конф. (м. Рівне, 14 лист. 2024 р.). Рівне: ПВНЗ «МЕГУ імені академіка Степана Дем'янчука», 2024. С. 144-147 <https://dspace.megu.edu.ua:8443/jspui/ha>
8. Застосування середовища RSTUDIO при дослідженні задач з математики, фізики та економіки / Ясінський Андрій, Соловей Людмила // Цифрова платформа: інформаційні технології в соціокультурній сфері: наук.

журн. / Київ. нац. ун-т культури і мистецтв. – Київ: Вид. центр КНУКіМ, Том 7 № 2, 2024. С.224-231. <https://doi.org/10.31866/2617-796X.7.2.2024.317729>

9. Зачек І. Р., Лопатинський І. Є., Юр'єв С. О. та ін. Фізика і комп'ютерні технології : навч. посібник. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2019. 360 с. ISBN 978-966-941-306-2

10. Зачек І. Р., Рибак О. В. Фізика та інженерія програмного забезпечення : навч. посіб. Львів : Левада, 2026. 145 с. ISBN 978-617-8645-55-7.

11. Кевшин А. Г., Галян В. В., Мирончук Г. Л. Фізика : навч. посіб. з розв'язування задач з курсу загал. фізики. Луцьк, 2023. 190 с. URL : <https://evnuir.vnu.edu.ua/handle/123456789/22382>

12. Лопатинський І. Є., Зачек І. Р., Юр'єв С. О. та ін. Збірник задач з фізики : навч. посібник. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2016. 244 с. ISBN 978-617-607-918-7

13. Опрацювання статистичних даних педагогічного дослідження засобами мови R Джунь Й.В., Ясінський А.М., Соловей Л.Я //Вісник Міжнародного економіко-гуманітарного університету імені Академіка Степана Дем'янчука. Серія: Педагогіка та психологія. №1. 2025. С.49-56. <https://doi.org/10.32782/3041-2021/2025-1-7>

14. Пак А. О., Погожих М. І., Сметанкіна Н. В., Сичова Т. О., Сіняєва О. В. Фізика : навч. посібник для студентів спеціальностей 123 ОПП «Комп'ютерна інженерія», 125 ОПП «Кібербезпека та захист інформації», 174 ОПП «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка». Харків : Держ. біотехнол. ун-т, 2024. 245 с. ISBN 978-617-619-296-1.

15. Пакети прикладних програм привикладанні природничих дисциплін / Ясінський А.М., Лотюк Ю.Г., Соловей Л.Я. // Психолого-педагогічні основи гуманізації навчально-виховного процесу в школі та ВНЗ. Збірник наукових праць. – Рівне: РВЦ МЕНУ ім. акад. С.Дем'янчука, 2022 с.89-93. <https://doi.org/10.36059/978-966-397-278-7-22>

16. Понеділок Г. В. Фізика електромагнітних явищ. Електро- і магнітостатика : навч. посіб. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2016. 464 с. ISBN 978-617-607-901-9

17. Понеділок Г. В., Данилов А. Б. Курс загальної фізики. Електрика і магнетизм : навч. посібник. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2010. 516 с. ISBN 978-966-553-934-6

18. Порівняльний аналіз прогнозування за допомогою лінійної регресії та нейронної мережі засобами бібліотеки Neuralnet /Ясінський А.М., Джунь Й.В., Кундос М.Г., Соловей Л.Я // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки. Видавничий дім «Гельветика».Том 36 (75) № 1, с.271-276, 2025. <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2025.1.2/39>

19. Фізичні основи комп'ютерних систем : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмою «Інженерія програмного забезпечення комп'ютерних систем» спец. 121 Інженерія програмного забезпечення / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Г. Ю. Лаванов, С. О. Решетняк. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. 343 с. URL : <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/73177>

20. Чорнодольський Я. М., Мелех Б. Я., Конопельник О. І., Кошмак І. О., Стельмах О. М. Загальний фізичний практикум з механіки : навч. посібник / за заг. ред. Я. М. Чорнодольського. Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2024. 152 с. ISBN 978-617-10-0878-6

21. Ясінський А.М., Соловей Л. Я., Близнюк С. В.Мова програмування R у навчальній та дослідницькій діяльності: навч. посібник / ПВНЗ «Міжнародний економіко-гуманітарний університет імені академіка Степана Дем'янчука». Рівне, 2026. 275с. URL : <https://zenodo.org/doi/10.5281/zenodo.18788660>