привабливим рішенням для широкого спектру аматорських проектів, де важлива віддалена комунікація та обмін даними через Інтернет.

ЛІТЕРАТУРА

1. ESP32 Technical Reference Manual веб-сайт. – Режим доступу до ресурсу: https://www.espressif.com/sites/default/files/documentation/esp32_technical_reference_manual_en.pdf
2. arduino-mqtt/MQTTClient.h [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: https://github.com/256dpi/arduino-mqtt/blob/master/src/MQTTClient.h
3. ArduinoJson [Електронний ресурс] Режим доступу: https://github.com/bblanchon/ArduinoJson

ВИКОРИСТАННЯ СУЧАСНИХ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ УТОЧНЕННЯ НЕРІВНОСТЕЙ ТИПУ БЕРНШТЕЙНА

Янчук П. С.

кандидат фізико-математичних наук,
професор кафедри інформаційних систем та методів обчислень
Приватного вищого навчального закладу
«Міжнародний економіко-гуманітарний університет
імені академіка Степана Дем’янчука»

У статті [1] розглядається наскільки точною є нерівність типу Берштейна
$B(n,\alpha,\beta,\theta) \le c(\alpha,\beta),$ (1)
де

$$B(n,\alpha,\beta,\theta) = \sqrt{\pi}2^{(\alpha+\beta)/2}\left(\sin\frac{\theta}{2}\right)^{\alpha+1/2}\left(\cos\frac{\theta}{2}\right)^{\beta+1/2}\hat{P}_n^{(\alpha,\beta)}\big(\cos(\theta)\big)$$

для ортонормованих поліномів Якобі $\hat{P}_n^{(\alpha,\beta)}$.

Основна ідея цієї статті полягає у встановленні точності нерівності Бернштейна для поліномів Якобі за допомогою комп’ютерного аналізу. Це дослідження є важливими, оскільки нерівність Бернштейна є важливим інструментом у теорії апроксимацій і разом з поліномами Якобі відіграє важливу роль в багатьох розділах математики, фізики, біології, квантової механіки, моделюванні поведінки елементарних частин та ін. Проведена робота полягала в тому, щоб визначити, наскільки точними є ці формули за допомогою комп'ютерних обчислень для різних параметрів поліномів Якобі. Корисним для таких задач є програмне забезпечення за допомогою якого можна знаходити максимальне значення $c(\alpha,\beta)$ модуля функції багатьох змінних $B(n,\alpha,\beta,\theta)$ у деякій області, що саме по собі є непростою задачею.

Із теореми Бернштейна ([2], теорема 12.1.6) випливає, що ліва частина нерівності (1) прямує до 1 при кожному $0 < \theta < \pi$, а тому є обмеженою на цьому відрізку. Звідси випливає, що при заданих $-1/2 < \alpha,\beta < \infty$ функція $B(n,\alpha,\beta,\theta)$ є обмеженою при $0 \le \theta \le \pi$ та всіх $n = 1,2,\ldots$, але невідомою залишалася практична оцінка величини даного обмеження, тобто $c(\alpha,\beta)$.

Гіпотеза Erdelyi–Magnus–Nevai [3] стверджує, що права частина не перевищує $c(\alpha,\beta) = O(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{1}{4}}$ з рівномірною для всього проміжку $[0,\pi]$ константою, проте значення її є невідомим. В роботі [1] проводиться комп'ютерний аналіз щодо її величини і втановлено її числове значення.

Нами проведено розрахунки іншим способом, ніж у L. Gatteschi [1]. Тому можемо підтвердити наведені там дані і більше того, ми встановили точний вигляд оцінки правої частини нерівності Бернштейна (див. нижче (2)) з урахуванням константи в сенсі, що при кожному виборі параметрів: $1/2 \le \alpha < \infty, 1/2 \le \beta < \infty$ ця нерівність є точною принаймні для одного полінома Якобі. Одержана нерівність підтверджена комп'ютерними розрахунками на широкому діапазоні параметрів, спрощений варіант якої наведено нижче.

Створення нами великої бази даних стосовно нерівностей типу Бернштейна стало корисним як для даної роботи, так і для подальших досліджень в цій області, які будуть базуватися на нашій роботі. Тут важливим є саме аналіз великої кількості даних за допомоги сучасних можливостей шляхом використання інформаційних систем, баз даних, мов програмування C++, Maple, Python та інших, на комплексному використанні яких і грунтується наша робота. Наші результати представлені в числовій та аналітичній формах. Зокрема, встановлено, що можна прийняти

$$c(\alpha,\beta) = \max\big(1, b(s)\big), s = \max(\alpha,\beta), \qquad (2)$$

де

$$b(s) = \sqrt[4]{\pi}\left(\frac{2s+1}{2s+3}\right)^{\frac{1}{2}s+\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\Gamma(s+3/2)}{\Gamma(s+1)}}.$$

Тут $\Gamma = \Gamma(s)$ відома гама функція.

У наведеній таб.1, яка є невеликим, демонстраційним витягом із бази даних, для кожного фіксованого n=1,5,10,… максимальне значення M (остання колонка) функції $B = B(n, 10{,}10, \theta)$ відносно θ досягається в точці x (середня колонка), причому

$$B(n, 10{,}10, \theta) \le \mathrm{M}, \mathrm{n} = 1{,}2, \ldots,$$

де

$$M = b(10) = 1.495371375,$$

є першим і максимальним значенням у колонці.

У випадку $1/2 \le \alpha \le 500, 1/2 \le \beta \le 500$ аналогічно, як у наведеній таблиці, нами перевірено, що максимальні значення $\max\limits_{0\le\theta\le\pi} B(n,\alpha,\beta,\theta)$ монотонно спадають із ростом $n = 1{,}2,\ldots$. При комп'ютерних обчисленнях порушення монотонності може свідчити про помилки у роботі відповідного програмного забезпечення. Експерименти при $n > 50$ і, в ряді випадків, при менших

n	x	M
1	0.294883912	1.495371375
5	0.669771764	1.368612315

10	0.821094033	1.336423188
20	0.921794173	1.318405677
30	0.95612057	1.312765273
40	0.971915048	1.310247049
50	0.980483266	1.308900499
60	0.985649865	1.308095051
70	0.989004887	1.307574615
80	0.991306572	1.307218748
90	0.992954054	1.306964612
100	0.994173785	1.306776773

Таб. 1. Максимальне значення M функції $B(n, 10,10, \theta)$ відносно θ.

значеннях n демонстрували неточності та збої стандартного програмного забезпечення при знаходженні максимумів функції B. Шляхом використання значних за обсягом баз даних нами встановлено, що у випадку $1/2 \leq \alpha \leq 500, 1/2 \leq \beta \leq 500$ та $n = 1, \ldots, 1000$ максимальне значення функції $B(n, \alpha, \beta, \theta)$ досягається у крайньому правому нулі похідної цієї функції, який належить інтервалу $(0, \pi)$. Комп'ютерні технології і, зокрема, потужні бібліотеки мови Python дозволяють нам наглядно проілюструвати типову поведінку функції $B(n, \alpha, \beta, \theta)$ при фіксованих перших трьох параметрах (Мал.1).

З урахуванням практичної значущості нерівності Бернштейна для поліномів Якобі, над якою працювали математики та фахівці з комп'ютерних наук протягом майже 100 років, сподіваємось що наша робота щодо уточнення верхньої межі модуля функції $B(n, \alpha, \beta, \theta)$ послужить основою для подальших практичних досліджень, які ґрунтуються на використанні поліномів Якобі.

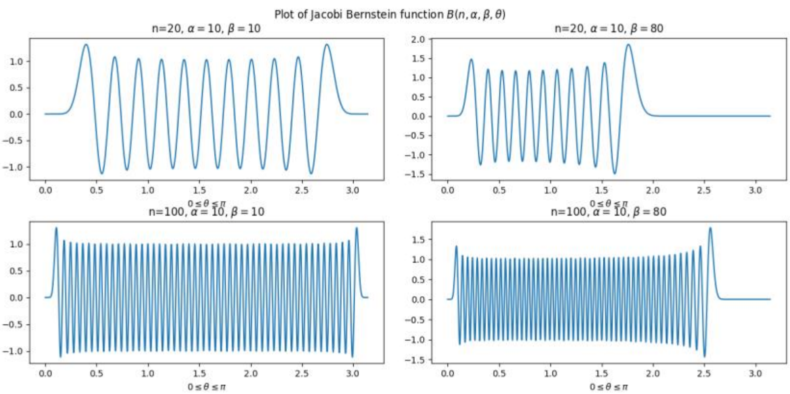

Рис.1. Типові графіки функцій $B(n, \alpha, \beta, \theta)$ для вибраних значень параметрів n, a, b.

ЛІТЕРАТУРА

1.Gautschi, W. (2009). How sharp is Bernstein's inequality for Jacobi polynomials? *Electronic Transactions on Numerical Analysis, 36, 1-8. Kent State University.* http://etna.math.kent.edu.
2.G. Szegö (1959) Orthogonal Polynomials, *New York: Amer. Math. Soc.*
3.Nevai, P., Erdélyi, T., & Magnus, A. P. (1994). Generalized Jacobi weights, Christoffel functions, and Jacobi polynomials. *SIAM J. Math. Anal.*, 25, 602–614. Erratum, ibid. 25, 1461.

ІНТЕГРАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЙ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ В КОНЦЕПЦІЮ ЗМІШАНОГО НАВЧАННЯ

Ясінський А. М.
кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математичного моделювання
Приватного вищого навчального закладу
«Міжнародний економіко-гуманітарний університет
імені академіка Степана Дем'янчука»
Соловей Л. Я.
старший викладач кафедри інформаційних систем та обчислювальних методів
Приватного вищого навчального закладу
«Міжнародний економіко-гуманітарний університет
імені академіка Степана Дем'янчука»

Освітні заклади в Україні вимушено перейшли на дистанційне та змішане навчання, часто виникають ускладнення у проведенні онлайн занять, постає проблема управління освітнім процесом, обліком отриманих результатів та формуванням власної освітньої траєкторії здобувача освіти. Доступні для вільного використання сервіси та технології, що використовують елементи штучного інтелекту, часто стають об'єктом вивчення освітніх компонентів, що формують програмні результати підготовки сучасного фахівця у закладах вищої освіти. Для вирішення даної проблеми можна запропонувати педагогічно обґрунтовану систему вивчення та використання засобів штучного інтелекту, хмарних сервісів та цифрових ресурсів.

Сьогодні спостерігаємо швидке збільшення Інтернет-сервісів та платформ «слабкого штучного інтелекту». Досліджуючи тенденції розвитку дистанційної освіти ряд авторів виділяють такі напрями її розвитку як: «навчання з максимально можливою швидкістю, великі дані, адаптивні підходи, штучний інтелект, AR, VR і досягнення звання найбільш затребуваної технології» [1, с.2-3], а також «впроваджувати технології, які зміцнюють цифрові та технічні навички, STEM та навички працевлаштування (розв'язання складних проблем, критичне мислення, креативність, управління тощо)» [2, с.262-281].

Основним напрямком розвитку електронного навчання є навчання будь-якими темпами, які можна представити, завдяки підтримці великих даних і адаптивних підходів. Штучний інтелект, доповнена та віртуальна реальність претендують на звання найбільш затребувані технології [3, с.576].

Так використання сервісів штучного інтелекту активно пропагується на сайті «Сучасні освітні технології» [https://educationpakhomova.blogspot.com], «На урок»